Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Рязанский институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Московский политехнический университет»

Кафедра «Информатика и информационные технологии»

И.А. Азизян

МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКА

В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие

Рязань
2022

УДК 62. 1
ББК 34.41
А 35

Азизян, И.А.
А 35 Методы контроля и диагностика в машиностроении / И.А. Азизян. – Рязань: Рязанский институт (филиал) Московского политехнического университета, 2022. – 40 с.

Учебное пособие содержит основные положения статистического метода контроля и диагностики в машиностроении. Изложение теоретического материала сопровождается рассмотрением большого количества примеров и задач. Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения технической специальности 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств.

Печатается по решению методического совета Рязанского института (филиала) Московского политехнического университета.

УДК 62. 1
ББК 34.41

Содержание

Введение

Современные технологии выводят проблему надежности на новый уровень, который требует глубокого изучения вопросов надежности в подготовке специалистов в области машиностроения: новые реалии требуют направить учебный процесс на получение знаний и навыков, необходимых для контроля и диагностики технического состояния систем в процессе оценочных работ и изготовления, монтажа и эксплуатации.

Вопросы диагностики и контроля функционирования систем в области машиностроения в техническом вузе рассматриваются на основе многих специальных дисциплин в соответствии с направлением подготовки. В данном учебном пособии представлены основные положения статистического метода контроля и диагностики технических систем.

1 Основные положения выборочных испытаний

Испытания технических устройств на надежность производятся с целью определения реального уровня их надежности. Испытаниям подвергается выборка из генеральной совокупности. По результатам испытаний выборки судят о надежности всей генеральной совокупности.

Для устройств, работающих дискретно, вероятность безотказной работы (вероятность отказа) определяется непосредственно из опыта. Характеристикой надежности устройств с непрерывным характером работы служит закон распределения времени безотказной работы. Если вид закона распределения времени безотказной работы известен, то опытным путем находятся оценки параметров закона и затем необходимые характеристики надежности, в частности вероятность безотказной работы как функция распределения, т.е. $\bar{P}(t) \equiv F(t, \overline{\theta_1}, \overline{\theta_2}, \ldots)$, где $\bar{P}(t)$ – оценка вероятности безотказной работы за время t: $\overline{\theta_1}, \overline{\theta_2}$ – оценки параметров распределения

1.1 Определение вида и параметров закона распределения времени исправной работы (времени до отказа)

В результате испытаний можно получить точечные значения оценки параметра (которые будем обозначать теми же символами, что и математические ожидания, но с черточкой сверху, например θ) и интервальные оценки.

При интервальных оценках определяется, какой интервал оценок с заданной доверительной вероятностью α накрывает математическое ожидание оцениваемого параметра. Границы такого интервала называются доверительными границами. Можно записать $\alpha = \text{Вер}(\theta_{\text{н}} \leq \theta \leq \theta_{\text{В}})$, где $\theta_{\text{н}}$, $\theta_{\text{В}}$ – нижняя и верхняя границы параметра θ.

Вероятность того, что значение θ выйдет из промежутка $[\theta_{\text{н}}; \theta_{\text{В}}]$, называют уровнем значимости β: $\beta = \text{Вер}(\theta_{\text{н}} > \theta > \theta_{\text{В}}) = 1 - \alpha$.

Наиболее часто значения доверительных вероятностей принимают равными 0,90, 0,95, 0,99 или уровни значимости соответственно 0,10, 0,05, 0,01.

Доверительная вероятность $\alpha = \text{Вер}(\theta_{\text{н}} \leq \theta \leq \theta_{\text{В}})$ характеризует степень достоверности результатов двухсторонней (т.е. с определением двух границ) оценки. Но часто в практических целях достаточно установить одну из границ интервала, нижнюю или верхнюю, отвечающих доверительным вероятностям α_1 или α_2. Тогда $\alpha_1 = \text{Вер}(\theta \geq \theta_{\text{Н}})$, $\alpha_2 = \text{Вер}(\theta \leq \theta_{\text{В}})$. Вероятности α, α_1, α_2 связаны между собой уравнением $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1$.

1.2 Контроль надежности

Контроль надежности имеет своей целью проверить гипотезу о том, что надежность не ниже установленного уровня. При этом конечным результатом, как правило, является одно из двух решений: принять партию, считая надежность изделий удовлетворительной, или забраковать контролируемую партию изделий как ненадежную.

Так как контроль надежности производится на основе испытаний выборки, то при принятии решений возможны два вида ошибок:

а) ***ошибка первого рода*** – когда хорошая партия бракуется;

б) ***ошибка второго рода*** – когда плохая партия принимается.

Вероятность ошибки первого рода называется ***риском поставщика*** и обозначается буквой α. Вероятность ошибки второго рода называется ***риском заказчика*** и обозначается буквой β.

Существуют три основных статистических метода контроля надежности:

- метод однократной выборки (одиночный контроль);
- метод двукратной выборки (двойной контроль);
- последовательный метод.

Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки и может быть оптимальным в том или ином конкретном случае.

Контроль по методу однократной выборки легче планируется и осуществляется. Однако это наименее экономичный метод, так как он требует относительно большого объема контроля, особенно для партий с высокой или низкой надежностью.

Контроль по методу двукратной выборки более экономичен, чем одиночный. Но это его главное преимущество проявляется лишь при контроле больших партий с очень низкой или очень высокой надежностью. При промежуточном уровне надежности нет выигрыша в нужном объеме выборки. Расчеты, связанные с осуществлением двойного контроля, более сложные, чем при одиночном контроле. Кроме того, увеличивается время, необходимое для контроля. Поэтому метод двукратной выборки применяется для целей контроля надежности крайне редко.

Самым экономичным методом контроля надежности является ***последовательный метод***. Средний объем выборки обычно составляет 50-65% объема при одиночном контроле для партий с высокой надежностью. Техническое осуществление последовательного контроля не связано с какими-либо трудностями. Единственный недостаток этого метода заключается в большем времени контроля, чем при предыдущих методах. Однако этот недостаток можно свести к минимуму рациональной организацией испытаний.

В связи с тем, что в практике контроля надежности пользуются главным образом одиночным и последовательным методами, рассмотрим лишь эти два метода.

Совокупность условий испытаний контролируемых изделий и правил принятия решений называется планом контроля. Под совокупностью условий испытаний понимаются условия браковки и приемки, заданные значения α и β, установленный объем испытаний и др. Правила принятия решений определяются методами контроля. Так как число сочетаний различных условий испытаний и правил принятия решений может быть значительным, то и количество различных планов весьма большое.

По целевому назначению планы статистического контроля надежности можно подразделить на две группы:

- планы контроля вероятности отказа (вероятности безотказной работы) или числа дефектных изделий в партии;
- планы контроля уровня параметров законов распределения отказов.

1.3 Контроль надежности по методу однократной выборки

Метод однократной выборки заключается в том, что из контролируемой партии объема N изделий берется одна случайная выборка, объема n экземпляров. Исходя из N, n, α или β устанавливаются оценочные нормативы A_0 и A_1; если выборочное значение контролируемого параметра меньше или равно A_0, то партия признается надежной; если больше или равно A_1, то партия бракуется.

Если контролируется число дефектных изделий (вероятность отказа) в партии объема N изделий и при наличии в ней D_0 дефектных изделий $\left(q_0 = \frac{D_0}{N}\right)$, надежность партии считается высокой, а при наличии D_1 дефектных изделий $\left(q_1 = \frac{D_1}{N}\right)$ – низкой, то при заданных α и β оценочные нормативы A_0 и A_1 устанавливаются из соотношений

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} \frac{C_{D_0}^{d} \cdot C_{N-D_0}^{n-d}}{C_N^n}, \quad (1)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} \frac{C_{D_1}^{d} \cdot C_{N-D_1}^{n-d}}{C_N^n}, \quad (2)$$

где d – число дефектных изделий в выборке;

$\acute{\alpha}$ – риск поставщика, близкий к заданному α;

$\acute{\beta}$ – риск заказчика, близкий к заданному β.

В общем случае $\acute{\alpha} \neq \alpha$и $\acute{\beta} \neq \beta$ из-за дискретности гипергеометрического распределения, используемого в формулах (1) и (2).

Практическое использование этих формул при $n > 100$ весьма затруднительно. При $q_0 < 0{,}1$ и $q_1 < 0{,}1$ хорошее приближение к формулам (1) и (2) дают формулы

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_{D_0}^{d} f^d (1-f)^{D_0-d}\,, \quad (3)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} C_{D_1}^{d} f^d \,(1-f)^{D_1-d}\,, \quad (4)$$

где $f = \frac{n}{N}$.

Соотношения (3) и (4) целесообразно использовать для партий объемом $N \leq 500$.

Когда объем партии $N > 500$, а также при испытаниях восстанавливаемых изделий или когда $n \leq 0{,}1N$, можно пользоваться биноминальным законом распределения, в соответствии с которым

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_n^d q_0^d (1 - q_0)^{n-d}, \tag{5}$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1 - 1} C_n^d q_1^d \, (1 - q_1)^{n-d}. \tag{6}$$

Если соблюдаются условия $n \leq 0{,}1N$, $q_0 \leq 0{,}1$ и $q_1 \leq 0{,}1$, то, пользуясь распределением Пуассона, получим

$$\alpha' = \sum_{d=A_0+1}^{\infty} \frac{a_0^d \cdot e^{-a_0}}{d!}, \tag{7}$$

$$\beta' = 1 - \sum_{d=A_1}^{\infty} \frac{a_1^d \cdot e^{-a_1}}{d!}, \tag{8}$$

где $a_0 = q_0 \cdot n$, $a_1 = q_1 \cdot n$.

Ошибка, возникающая при замене биномиального распределения распределением Пуассона, имеет порядок $q^2 \cdot n$. Формулы (7) и (8) целесообразно использовать для контроля надежности крупносерийных $(n \geq 50)$ высоконадежных устройств.

При контроле больших партий $(50 \leq n \leq 0{,}1N)$ со сравнительной невысокой надежностью $(n_0 q_0 \geq 4)$ можно пользоваться приближенными формулами

$$\acute{\alpha} = 0{,}5 - \Phi_0 \left[\frac{A_0 - n q_0 + 0{,}5}{\sqrt{n q_0 (1 - q_0)}} \right], \tag{9}$$

$$\acute{\beta} = 0{,}5 - \Phi_0 \left[\frac{n q_1 + 0{,}5 - A_1}{\sqrt{n q_1 (1 - q_1)}} \right], \tag{10}$$

где Φ_0 – функция Лапласа.

Контроль надежности по наработке сводится к сравнению средней наработки до отказа со значениями доверительных границ, определенных с вероятностями $\alpha_1 = 1 - \alpha$ и $\alpha_2 = 1 - \beta$.

1.4 Последовательный метод контроля надежности

Последовательный метод контроля не предусматривает предварительного определения объема выборки. Информация о надежности испытываемых устройств накапливается при последовательно возрастающем объеме испытаний (m). На каждом этапе испытаний отношение правдоподобия l_m сравнивается с заранее определенными оценочными нормативами

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha}, \qquad (11)$$

$$B = \frac{\beta}{1-\alpha}. \qquad (12)$$

При этом могут быть приняты три решения:

если $l_m \leq B$ – партия принимается;

если $l_m \geq A$ – партия бракуется;

если $B < l_m < A$ – испытания продолжаются.

При последовательном методе контроля возможны два способа контроля – контроль числа дефектных изделий и контроль по наработке.

1.5 Контроль числа дефектных изделий

В том случае, когда необходимо произвести контроль числа дефектных изделий в малосерийной партии, состоящей из N экземпляров, l_m можно подсчитать по формуле

$$l_{\mathrm{m}} = \frac{C_{D_1}^{d_m} \cdot C_{N-D_1}^{m-d_m}}{C_{D_0}^{d_m} \cdot C_{N-D_0}^{m-d_m}}\ , \qquad (13)$$

где d_m– число дефектных изделий в выборке объемом в m экземпляров; D_0 – число дефектных изделий в партии хорошей надежности; D_1 – число дефектных изделий в партии плохой надежности.

Формула (13) практически может быть использована для очень малых партий ($N \leq 150$). Но и при этих условиях расчеты l_m громоздки, что усложняет контроль.

Более удобной и достаточно точной является формула

$$l_m = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{c}_m} \cdot \left(1 - \frac{m}{N}\right)^r, \qquad (14)$$

где $\mathrm{c} = \mathrm{C}_{D_1}^{D_0}$, $\mathrm{c}_m = C_{D_1-d_m}^{D_0-d_m}$, $r = D_1 - D_0$.

Для облегчения процедуры контроля можно заранее подсчитать для определенных значений $d_m = 0,1,2,3 \ldots.$ приемочные $(m_{\text{пр}})$ и браковочные $(m_{\text{бр}})$ объемы испытаний:

$$m_{\text{пр}} \geq N \cdot \left[1 - \left(\frac{c_m \cdot B}{c}\right)^{\frac{1}{r}}\right], \qquad (15)$$

$$m_{\text{бр}} \leq N \cdot \left[1 - \left(\frac{c_m \cdot A}{c}\right)^{\frac{1}{r}}\right]. \qquad (16)$$

Рассчитанный таким образом план контроля может быть представлен в табличной или графической форме. На рисунке 1 показан график контроля, где область *П*, лежащая ниже линии *1*, –область приемки, область *Б*, лежащая выше линии *2*, –область браковки, область *ПИ*, заключенная между линиями *1*, *2* и осями координат, –область продолжения испытаний.

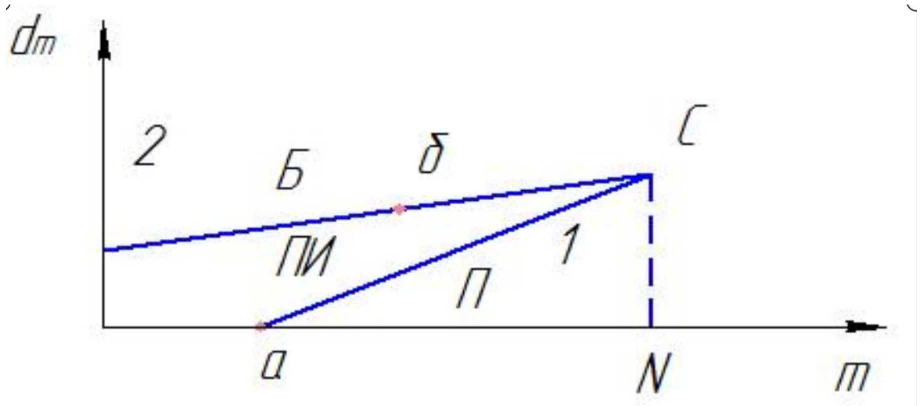

Рисунок 1–График контроля

Графики контроля можно строить по трем характеристическим точкам:

а) $d_m = 0,\ \ m_0 = N \cdot \left(1 - B^{\frac{1}{r}}\right);$

б) $d_m = D_1,\ \ m = N \cdot \left(1 - \left(\frac{A}{c}\right)^{\frac{1}{r}}\right);$ (17)

в) $d_m = \frac{D_0 + D_1}{2},\ \ m = N.$

Для контроля надежности больших партий изделий ($N \geq 1000$), а также восстанавливаемых изделий целесообразно пользоваться биномиальными планами, получаемыми из соотношения

$$l_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m} \cdot \left(\frac{1-q_1}{1-q_0}\right)^{m-d_m}, \tag{18}$$

где q_0 – вероятность отказа в каждом одиночном испытании для партии с хорошей надежностью; q_1– то же для партии с плохой надежностью.

Из формулы (18) вытекают формулы для приемочных $\left(d_{\text{пр}}\right)$ и браковочных $\left(d_{\text{бр}}\right)$ чисел дефектных изделий из числа m испытаний:

$$d_{\text{пр}} \leq h_1 + ms,\ d_{\text{бр}} \geq h_2 + ms, \tag{19}$$

$$h_1 = \frac{lgB}{lg\frac{q_1}{q_0} + lg\frac{1-q_0}{1-q_1}},\ h_2 = \frac{lgA}{lg\frac{q_1}{q_0} + lg\frac{1-q_0}{1-q_1}},\ s = \frac{lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}{lg\frac{q_1}{q_0} + lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}. \tag{20}$$

Приемочные и браковочные числа для ряда значений m могут быть подсчитаны заранее и представлены в виде таблиц плана. Для практических целей удобнее представлять план контроля в виде графика (рисунок 2). Из формулы (19) следует, что приемочные $(d_{\text{пр}})$ и браковочные $(d_{\text{бр}})$ числа линейно зависят от объема испытаний, причем h_1 и h_2 определяют отрезки на оси ординат, а s – тангенс угла наклона прямых к оси абсцисс. Если величина риска поставщика α и риска заказчика β равны, то $h_1 = h_2$.

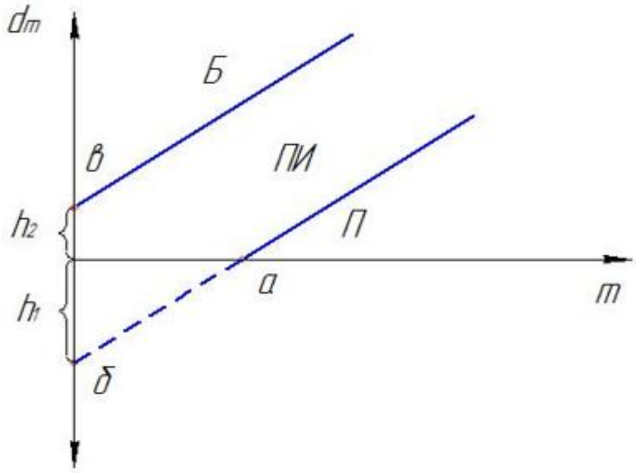

Рисунок 2 –План контроля

При построении графика плана полезно определить минимальное число испытаний, при котором можно принять партию, когда число отказов $d = 0$.

Из формулы (19) получаем $m_0 = -\frac{h_1}{s}$. (21)

Вычислив m_0, можно построить график плана по трем характеристическим точкам:

а) $d_m = 0, m_0 = -\frac{h_1}{s}$;

б) $d_m = h_1, m = 0$;

в) $d_m = h_2, m = 0$. (22)

Если контролируется надежность большой партии изделий $(N \geq 1000)$ или изделий, восстанавливаемых в процессе контроля, при условии $q_1 \leq 0{,}1$, то, исходя из распределения Пуассона, имеем

$$l_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m} \cdot e^{-\left(\frac{q_1 - q_0}{m}\right)}. \quad (23)$$

Тогда исходные величины для построения графика контроля определяются соотношениями:

$$h_1 = \frac{lgB}{lg\frac{q_1}{q_0}}, h_2 = \frac{lgA}{lg\frac{q_1}{q_0}}, s = \frac{0{,}4343(q_1 - q_0)}{lg\frac{q_1}{q_0}}. \quad (24)$$

Все остальные положения последовательного контроля остаются такими же, как и в биномиальном плане.

1.6 Контроль по наработке

Последовательный контроль надежности по наработке в случае экспоненциального распределения времени безотказной работы изделий осуществляется в соответствии с правилами:

- партия принимается, если $t_{\Sigma} \geq h_1 + d_m s;$ (25)

- партия бракуется, если $t_{\Sigma} \leq h_2 + d_m s;$ (26)

- испытания продолжаются, если $h_2 + d_m s < t_{\Sigma} < h_1 + d_m s;$ (27)

где t_{Σ} –суммарная наработка всех испытываемых изделий;

$$h_1 = \frac{-2{,}303(lgB)}{\lambda_1 - \lambda_0};\ h_2 = \frac{-2{,}303(lgA)}{\lambda_1 - \lambda_0};\ s = \frac{2{,}303\left(lg\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}{\lambda_1 - \lambda_0}; \quad (28)$$

λ_0–интенсивность отказов надежной партии; λ_1–интенсивность отказов ненадежной партии.

Следует отметить, что при неусеченных последовательных испытаниях невосстанавливаемых устройств на каждом этапе испытаний

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i, \quad (29)$$

где t_i –наработка до отказа -го экземпляра.

При одновременном испытании N невосстанавливаемых экземпляров на каждом этапе испытаний, отмеченных временем t^*,

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t^*. \quad (30)$$

Если на испытании находится N восстанавливаемых устройств, замена которых осуществляется практически мгновенно, то на каждом этапе

$$t_{\Sigma} = Nt^*. \quad (31)$$

При испытаниях в (30) и (31) можно взять постоянным t^*, а N последовательно увеличивать, что удобно в приемочном последовательном контроле.

График последовательного контроля наработки изображен на рисунке 3. Характеристическими точками графика являются:

а) $d_m = -\frac{h_2}{s}$, $t_{\Sigma} = 0$;

б) $d_m = 0$, $t_{\Sigma} = h_2$;

в) $d_m = 0$, $t_{\Sigma} = h_1$. (32)

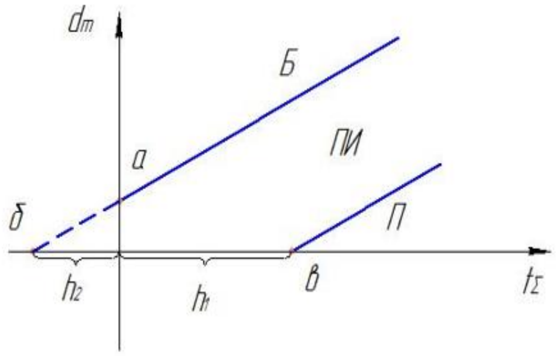

Рисунок 3 –График последовательного контроля

Контроль наработки устройств с нормальным распределением времени безотказной работы при известном среднем квадратическом отклонении осуществляется с помощью следующих условий:

- партия принимается, если $t_{\sum} \geq h_1 + ms$, (33)

- бракуется, если $t_{\sum} \leq h_2 + ms$; (34)

- испытания продолжаются, если $h_1 + sm > t_{\sum} > h_2 + sm$, (35)

где $t_{\sum} = \sum_{i=1}^{m} t_i$; $h_1 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgB}{T_0 - T_1}$; $h_2 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgA}{T_0 - T_1}$; $s = \frac{T_0 + T_1}{2}$. (36)

T_0–средняя наработка до отказа в партии с хорошей надежностью; T_1–средняя наработка до отказа в партии с плохой надежностью.

Характеристические точки графика плана:

а) $m = -\frac{h_2}{s}$, $t_{\sum} = 0$;

б) $m = 0$, $t_{\sum} = h_2$;

в) $m = 0$, $t_{\sum} = h_1$. (38)

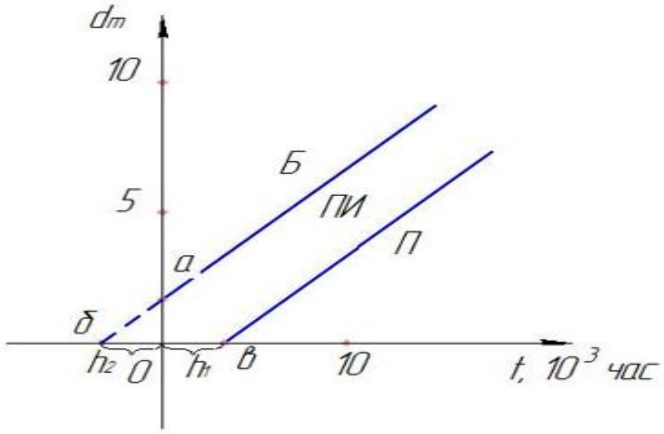

Рисунок 4 –График контроля

Иногда точное построение графика плана только по характеристическим точкам затруднительно. В таком случае следует воспользоваться дополнительно одной или двумя точками, лежащими на продолжении линии, или увеличить масштаб графика.

2 Практические задания для оценки контроля и диагностики по статистическим данным

Задачи, которые встречаются при оценке надежности по результатам испытаний могут быть разбиты на следующие группы:

- определение вида и параметров законов распределения времени исправной работы (времени до отказа);
- определение количественных характеристик надежности;
- контроль надежности на соответствие техническим условиям;
- определение числа испытуемых изделий и времени испытания для получения характеристик надежности.

2.1 Типовые примеры и их решения

Пример 1. Партия изделий, надежность которой нужно проконтролировать, состоит из 50 экземпляров. Партия считается хорошей, если в ней содержится не более 10% дефектных изделий, и плохой – при содержании 20% дефектных изделий. Риск поставщика и риск заказчика приняты равными и составляют $\alpha = \beta = 0{,}10$. Определить приемное (A_0) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке объемом $n = 20$ экземпляров.

Решение. Так как партия малая $(N < 100)$, а относительный объем выборки велик $\left(\frac{n}{N} = 0{,}4\right)$, то контроль нужно осуществлять, исходя из гипергеометрического распределения.

Число дефектных изделий: при 10% дефектных изделий в партии составляет $D_0 = Nq_0 = 50 \cdot 0{,}10 = 5$; при 20% дефектных изделий $D_1 = Nq_1 = 50 \cdot 0{,}20 = 10$.

Для определения приемочного числа дефектных изделий воспользуемся формулой $\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} \frac{C_{D_0}^{d} \cdot C_{N-D_0}^{n-d}}{C_N^n}$, суммирование вероятностей гипергеометрического распределения производим до тех пор, пока накопленная вероятность не приблизится к $1 - \alpha$, т.е. $R(d \le A_0) \approx 1 - \alpha = 1 - 0{,}10 = 0{,}90$.

Таким образом, $R(d = 0) = \frac{C_5^0 \cdot C_{50-5}^{20-0}}{C_{50}^{20}} = \frac{C_{45}^{20}}{C_{50}^{20}} = 0{,}067$.

Величины сочетаний (биномиальные коэффициенты) определяются по формуле $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. Частные случаи: $C_n^0 = 1$; $C_n^n = 1$; $C_n^1 = n$.

$R(d = 1) = \frac{C_5^1 \cdot C_{50-5}^{20-1}}{C_{50}^{20}} = \frac{5 \cdot C_{45}^{19}}{C_{50}^{20}} = 0{,}258,$

$R(d = 2) = \frac{C_5^2 \cdot C_{50-5}^{20-2}}{C_{50}^{20}} = \frac{10 \cdot C_{45}^{18}}{C_{50}^{20}} = 0{,}364,$

$R(d=3)=\frac{C_5^3\cdot C_{50-5}^{20-3}}{C_{50}^{20}}=\frac{10\cdot C_{45}^{17}}{C_{50}^{20}}=0{,}234,$

$R(d\leq 3)=0{,}067+0{,}258+0{,}364+0{,}234=0{,}923.$

Полученная величина близка к $1-\alpha=0{,}90$, т. е. фактический риск поставщика близок к принятому: $\acute{\alpha}=1-0{,}923=0{,}077.$

Поэтому приемочное число можно взять равным трем ($A_0=3$). Если принять $A_0=2$, то риск поставщика стал бы неприемлемо велик: $\acute{\alpha}=1-(0{,}067+0{,}258+0{,}364)=1-0{,}689=0{,}311.$

Аналогичным образом может быть рассчитано браковочное число A_1.

По формуле $\acute{\beta}=\sum_{d=0}^{A_1-1}\frac{C_{D_1}^d\cdot C_{N-D_1}^{n-d}}{C_N^n}$ накапливаем вероятности до тех пор, пока выполняется условие $\beta=R(d\acute{<}A_1)\approx\beta$:

$R(d=0)=\frac{C_{10}^0\cdot C_{50-10}^{20-0}}{C_{50}^{20}}=\frac{C_{40}^{20}}{C_{50}^{20}}=0{,}003,$

$R(d=1)=\frac{C_{10}^1\cdot C_{50-10}^{20-1}}{C_{50}^{20}}=\frac{10\cdot C_{40}^{19}}{C_{50}^{20}}=0{,}028,$

$R(d=2)=\frac{C_{10}^2\cdot C_{50-10}^{20-2}}{C_{50}^{20}}=\frac{C_{40}^{18}}{C_{50}^{20}}=0{,}096,$

$R(d\leq 2)=0{,}003+0{,}028+0{,}096=0{,}12.$

Следовательно, с риском $\acute{\beta}=0{,}127$, близки к первоначально установленному ($\beta=0{,}10$), при $d_1=2$ дефектным изделиям в выборке партию можно принять, а при $d_1=3$ дефектным изделиям – нужно забраковать.

В данном примере приемочное и браковочное числа получились одинаковыми $A_0=A_1=3$. Это значит, что одиночный контроль не может производиться одновременно в интересах поставщика и заказчика.

Защита интересов потребителя может привести к требованию браковочного числа меньшего, чем приемочное число при контроле в интересах поставщика. Обоюдно малый риск при браковочном числе, на единицу превышающем приемочное, может быть получен в том случае, когда D_1существенно больше D_0.

Пример 2. Контролю надежности подлежит партия из $N=200$ изделий. Необходимо определить приемочное (A_0) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке из $n=40$ изделий. Партия считается хорошей, если в ней содержится 5%, и плохой – если 10% дефектных изделий. Риск поставщика принят равным 0,20, а риск заказчика – 0,10.

<u>Решение.</u> Учитывая относительно большой объем контролируемой партии и небольшие значения доли дефектных изделий, целесообразно производить решение, исходя из f-биномиального распределения, в соответствии с формулами $\acute{\alpha}=1-\sum_{d=0}^{A_0}C_{D_0}^d f^d(1-f)^{D_0-d}$, $\acute{\beta}=\sum_{d=0}^{A_1-1}C_{D_1}^d f^d(1-f)^{D_1-d}$,

где $f=\frac{n}{N}$.

Рассчитываем величины f, D_0 и D_1: $f = \frac{n}{N} = \frac{40}{200} = 0{,}2$; $D_0 = Nq_0 = 10$; $D_1 = Nq_1 = 20$.

Приемочное число A_0 определяется суммированием вероятностей f-биномиального распределения $\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_{D_0}^{d} f^{d}(1-f)^{D_0-d}$, до величины $\acute{\alpha}$, близкой к α:

$R(d \le A_0) = 1 - \alpha = 1 - 0{,}20 = 0{,}80.$

Вычисляем вероятности $R(d)$ и суммируем их:

$R(d = 0) = C_{10}^{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot (1 - 0{,}2)^{10} = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}107 = 0{,}107,$

$R(d = 1) = C_{10}^{1} \cdot 0{,}2^1 \cdot (1 - 0{,}2)^{9} = 10 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}134 = 0{,}268,$

$R(d = 2) = C_{10}^{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot (1 - 0{,}2)^{8} = 45 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}168 = 0{,}320,$

$R(d = 3) = C_{10}^{3} \cdot 0{,}2^3 \cdot (1 - 0{,}2)^{7} = 120 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}210 = 0{,}202,$

$R(d \le 2) = 0{,}107 + 0{,}268 + 0{,}320 = 0{,}695,$

$R(d \le 3) = 0{,}107 + 0{,}268 + 0{,}320 + 0{,}202 = 0{,}897.$

Таким образом, можно принять приемочное число $A_0 = 2$ с риском поставщика $\acute{\alpha} = 1 - 0{,}695 \cong 0{,}30$ или $A_0 = 3$ с риском поставщика $\acute{\alpha} = 1 - 0{,}897 \cong 0{,}10$.

Если требуется фактический риск приблизить к задуманному, то это можно сделать при постоянных объемами выборки и приемочными числами.

Браковочное число A_1 определяется аналогично приемочному числу, с той лишь разницей, что в данном случае нужно руководствоваться формулой $\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} C_{D_1}^{d} f^{d}\,(1-f)^{D_1-d}$ и суммировать вероятности f-биномиального распределения до величины $\acute{\beta} \approx 0{,}10$.

Итак,

$R(d = 0) = C_{20}^{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot (1 - 0{,}2)^{20} = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}010 = 0{,}010,$

$R(d = 1) = C_{20}^{1} \cdot 0{,}2^1 \cdot (1 - 0{,}2)^{19} = 20 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}0144 = 0{,}058,$

$R(d = 2) = C_{20}^{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot (1 - 0{,}2)^{18} = 190 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}18 = 0{,}137.$

Так как $R(d \le 1) = 0{,}010 + 0{,}058 = 0{,}068,$

$R(d \le 2) = 0{,}010 + 0{,}058 + 0{,}137 = 0{,}205$, то, очевидно, целесообразно считать браковочным числом $A_1 = 2$, тогда риск заказчика будет более близким к установленному.

Пример 3. С целью контроля надежности проведены испытания 20 ($n = 20$) восстанавливаемых объектов, при этом зарегистрировано 2 отказа. Необходимо решить, принять партию или забраковать, если контроль производится в интересах заказчика. Партия считается плохой, когда вероятность отказа в каждом одиночном испытании составляет $q_1 \ge 0{,}10$. Решение должно быть принято с риском $\beta = 0{,}08$.

Решение. Исходя из условия задачи, контроль может быть произведен по биномиального плану с помощью формулы

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} C_{n}^{d} q_1^{d}\,(1-q_1)^{n-d}.$$

Процедура решения сводится к накапливанию вероятностей до тех пор, пока кумулятивная вероятность не станет близкой к заданному риску.

Сравнение числа отказов d, полученных при испытании, с вычисленным браковочным числом A_1 позволит принять решение:

1) если $d < A_1$, то партию можно принять;
2) если $d \geq A_1$, то партию можно забраковать.

Для $n = 20, q_1 = 0{,}10, d = 2$ находим $\beta' = 0{,}68$, что значительно превышает заданный риск, следовательно, партия должна быть забракована.

При $n = 20,\ q_1 = 0{,}10, d = 0$ вероятность составляет 0,12. Значит, принимая партию при $d = 0$,риск приемки плохой партии будет равен 0,12.

Пример 4. Из неограниченно большой партии изделий извлечена выборка объемом $n = 50$ изделий, которая испытана с целью контроля надежности в интересах поставщика. Партия может быть принята с риском $\alpha = 0{,}15$, если вероятность отказа каждого изделия составляет $q_0 = 0{,}05$. Определить приемочное число A_0.

Решение. Так как партия неограниченно большая, то испытания независимы, это позволяет пользоваться биномиальным законом распределения и определять A_0 по формуле

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_n^d q_0^d (1 - q_0)^{n-d}.$$

Определяем, что при $n = 50,\ q = q_0 = 0{,}050$ вероятность трех или меньшего количества дефектных изделий составляет $0{,}76$, а для $d \leq 4 - 0{,}90$.

Следовательно, приемочное число можно взять $\mathrm{A}_0 = 3$, при этом риск поставщика составит $\alpha' = 1 - 0{,}76 = 0{,}24$, или взять $\mathrm{A}_0 = 4$, тогда $\alpha' = 1 - 0{,}90 = 0{,}10$.

Пример 5. Из большой партии изделий $(N > 1000)$ извлечена выборка в 60 экземпляров с целью контроля надежности в интересах поставщика. Предполагаемая вероятность отказов изделий, при которой партия должна быть признана хорошей, составляет $q_0 = 0{,}02$. Определить приемочное число A_0 с риском $\alpha = 0{,}10$.

Решение. По условиям данного примера для его решения целесообразно воспользоваться распределением Пуассона, отраженного в формуле $\alpha' = \sum_{d=A_0+1}^{\infty} \frac{a_0^d \cdot e^{-a_0}}{d!}$.

Для этого определяем $\lambda t = a_0 = q_0 n = 0{,}02 \cdot 60 = 1{,}2$.

При $m = d = 3$ суммарная вероятность составляет 0,120. Следовательно, $\mathrm{A}_0 = 2$.

Пример 6. Установлены следующие параметры плана контроля. Приемочное число $\mathrm{A}_0 = 0$, риск поставщика $\alpha = 0{,}10$ и вероятность безотказной работы $q_0 = 0{,}01$. Определить объем выборки, потребный для осуществления контроля по плану, основанному на распределении Пуассона.

Решение. При $\mathrm{A}_0 = 0$ и $\alpha = 0{,}10$ находим $a = 0{,}10536$.

По формуле $n = \frac{a}{q_0}$ и заданному q_0 определяем объем выборки

$n = \frac{0,10536}{0,01} = 11$шт.

Пример 7. Для контроля надежности в интересах заказчика выделана выборка объемом $n = 40$ экземпляров. Установлены значения $\beta = 0,05$ и браковочное число $\text{А}_1 = 2$. Определить верхнее значение вероятности отказа в случае приемки партии при $d = 1$.

Решение. При $\text{А}_1 = 2$ и $\beta = 0,05$ опреледляем $a = 4,74$.

По полученному значению a и заданному n находим $q_1 = \frac{4,74}{40} = 0,12$.

Пример 8. Партия проверяется в интересах поставщика с допустимым риском $\alpha = 0,10$. Приемлемая вероятность отказов изделий q_0 составляет 0,15. В результате испытаний получено $d = 8$ отказов. Требуется произвести контроль большой партии изделий, выборка из которой объемом в $n = 100$ экземпляров составляет незначительную долю $\left(\frac{n}{N} < 0,1\right)$.

Решение. Для определения пригодности партии в данном примере можно воспользоваться формулой $\acute{\alpha} = 0,5 - \Phi_0\left[\frac{A_0 - nq_0 + 0,5}{\sqrt{nq_0(1-q_0)}}\right]$, полученной исходя из нормального закона.

Подсчитаем величину z, подставив в формулу значения d вместо А_0:

$z = \frac{d - nq_0 + 0,5}{\sqrt{nq_0(1-q_0)}} = \frac{8 - 100 \cdot 0,15 + 0,5}{\sqrt{100 \cdot 0,15(1-0,15)}} = -1,85.$

Определяем значение функции Лапласа для $z = -1,85$: $\Phi_0(1,85) = -0,468$.

Тогда $\acute{\alpha} = 0,5 - (-0,468) = 0,968$.

Следовательно, при $\text{А}_0 = d = 8$ браковка партии приводит к риску поставщика, значительно превышающему данный. Для уменьшения риска нужно брать $\text{А}_0 \gg 8$, т.е. при $d = 8$ в данном примере партия может быть принята.

Пример 9. Объем испытаний $n = 200$, верхняя граница вероятности отказа $q_1 = 0,10$, а браковочное число $\text{А}_1 = 15$. Определить риск заказчика, исходя из нормального распределения числа дефектных изделий в выборке.

Решение. Исходя из условий задачи, для определения $\acute{\beta}$ воспользуемся формулой $\acute{\beta} = 0,5 - \Phi_0\left[\frac{nq_1 + 0,5 - A_1}{\sqrt{nq_1(1-q_1)}}\right]$.

Определяем $z = \frac{nq_1 + 0,5 - A_1}{\sqrt{nq_1(1-q_1)}} = \frac{200 \cdot 0,1 + 0,5 - 15}{\sqrt{200 \cdot 0,1(1-0,1)}} = \frac{5,5}{4,25} = 1,28$.

Находим значение функции $\Phi_0(1,28) = 0,4$, тогда $\acute{\beta} = 0,5 - 0,4 = 0,10$.

Пример 10. Испытаниям подвергнута опытная партия подъемных механизмов, для которых удовлетворительной вероятностью безотказной работы в каждом цикле считается $P_0 = 0,98$. Требуется найти приемочное число отказов А_0 с допустимым риском $\alpha \approx 0,05$ при объеме испытаний $n = 500$ циклов.

Решение. Учитывая большой объем выборки, решим данный пример с использованием нормального закона распределения частостей, т.е. применим формулу $\acute{\alpha} = 0{,}5 - \Phi_0\left[\frac{A_0 - nq_0 + 0{,}5}{\sqrt{nq_0(1-q_0)}}\right]$.

Так как заданная величина риска поставщика составляет $0{,}05$, то нужно получить $\Phi_0(z) = \Phi\left(\frac{A_0 - nq_0 + 0{,}5}{\sqrt{nq_0(1-q_0)}}\right) = 0{,}45$.

Определяем $z = 1{,}6$ для $\Phi_0(z) = 0{,}45$.

Следовательно, можно записать равенство $1{,}6 = \frac{A_0 - 500 \cdot 0{,}02 + 0{,}5}{500 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98} = \frac{A_0 - 9{,}5}{3{,}14}$, откуда $\text{А}_0 = 15$.

Пример 11. Последовательному контролю надежности подлежит партия, состоящая из $N = 100$ невосстанавливаемых изделий. Партия считается хорошей при доле дефектных изделий $q_0 = 0{,}05$ и плохой – при $q_1 = 0{,}10$.

Риск поставщика равен риску заказчика и составляет 0,1.

Требуется определить приемочные ($m_{\text{пр}}$) и браковочные ($m_{\text{бр}}$) числа испытаний при числе дефектных изделий $d_m = 0{,}1{,}2{,}3{,}4$ и 5, а также построить график контроля по характеристическим точкам и принять решение в случае появления четырех отказов при 25 испытаниях.

Решение. Так как общий объем исследуемой совокупности мал, необходимо осуществлять контроль по биномиальному плану. Для определения приемочных и браковочных чисел и построения графика контроля необходимо произвести следующие вычисления.

Определяем число дефектных изделий в партии при нулевой и альтернативной гипотезах: $D_0 = 100 \cdot 0{,}05 = 5$, $D_1 = 100 \cdot 0{,}10 = 10$.

Находим значения оценочных нормативов A и B: $A = \frac{1-\beta}{\alpha} = \frac{1-0{,}10}{0{,}10} = 9$; $B = \frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{0{,}10}{1-0{,}10} = 0{,}11$.

Для определения характеристических точек графика плана подсчитываем с и r: $\text{c} = \text{C}_{D_1}^{D_0} = C_{10}^{5} = 252$; $r = D_1 - D_0 = 10 - 5 = 5$.

Приемочные числа определяем по формуле $m_{\text{пр}} \geq N \cdot \left[1 - \left(\frac{c_m \cdot B}{c}\right)^{\frac{1}{r}}\right]$, в которую подставляем постоянные величины N, B, с , r и переменную для каждого числа дефектных изделий величину.

Таким образом,

$$d = 0,\ \text{c}_m = C_{10-0}^{5-0} = 252,\ m_{\text{пр}} \geq 100 \cdot \left[1 - \left(\frac{252 \cdot 0{,}11}{252}\right)^{\frac{1}{5}}\right] = 36,$$

$$d_1 = 1,\ \text{c}_m = C_{10-1}^{5-1} = 126,\ m_{\text{пр}} \geq 100 \cdot \left[1 - \left(\frac{126 \cdot 0{,}11}{252}\right)^{\frac{1}{5}}\right] = 44 \text{ и т.д.}$$

Для подсчета браковочных чисел используется формула

$$m_{\text{бр}} \leq N \cdot \left[1 - \left(\frac{c_m \cdot A}{c}\right)^{\frac{1}{r}}\right].$$

Очевидно, что эта формула имеет смысл при $c_m < \frac{c}{A} = \frac{252}{9} = 28{,}8$, что в соответствии с таблицей биномиальных коэффициентов имеет место при $d_m \geq 3$. Для $d = 3,\ c_m = C_{10-3}^{5-3} = C_7^2 = 21$; $m_{\text{бр}} \leq 100 \cdot \left[1 - \left(\frac{21 \cdot 9}{252}\right)^{\frac{1}{5}}\right] = 7$ и т.д.

Показатели всех приемочных и браковочных чисел представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Расчет плана к примеру 11

d_m	0	1	2	3	4	5
$m_{\text{пр}}$	36	44	53	61	69	78
$m_{\text{бр}}$	-	-	-	7	27	49

Определяем характеристические точки графика плана:

$а)\ d_m = 0,\ m_0 = N\left(1 - B^{\frac{1}{r}}\right) = 100\left(1 - 0{,}11^{\frac{1}{5}}\right) = 36;$

$б)\ d_m = D_0 = 5,\ m = N\left(1 - \left(\frac{A}{c}\right)^{\frac{1}{5}}\right) = 100\left(1 - \left(\frac{9}{252}\right)^{\frac{1}{5}}\right) = 49;$

$в)\ d_m = \frac{D_0 + D_1}{2} = \frac{5+10}{2} = 7{,}5;\ m = N = 100.$

Для построения графика плана строим прямоугольные оси координат с ординатами $d_m = 0 \div 10$ и абсциссами $m = 0 \div 10$ и отмечаем очки *а, б* и *в*. Затем точку *в* соединяем с точками *а* и *б*.

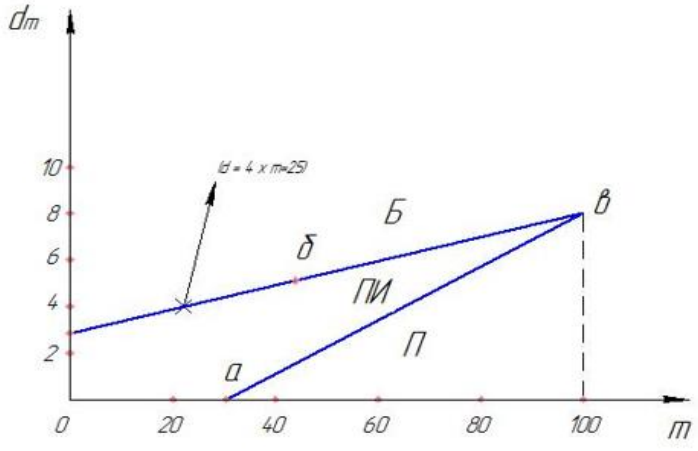

Рисунок 5 –График контроля (к примеру 11)

Заданная по условию примера рабочая точка $d = 4$, $m = 25$ попадает в область браковки. Следовательно, партию можно забраковать и испытания прекратить.

Правильность решения можно проверить по правилу браковки: $l_m \geq A$. С этой целью подсчитаем $l_m = \frac{c}{c_m}\left(1 - \frac{m}{n}\right)^2 = \frac{252}{4}(1 - 0{,}25)^5 = 14.9$.

Так как $14.9 > 9$, то партия бракуется.

Пример 12. Партия считается хорошей при $p_0 = 0{,}99$ в одном цикле, а плохой – при $p_1 = 0{,}88$. Контроль должен осуществляться с риском $\alpha = 0{,}08$ и $\beta = 0{,}06$. Требуется построить план последовательного контроля вероятности безотказной работы восстанавливаемых изделий в табличной и графической формах до $d_m = 10$.

Принять решение для трех рабочих точек: $d = 1$, $m = 46$; $d = 4$, $m = 50$; $d = 5, m = 100$.

Решение. Учитывая независимость испытаний строим биномиальный план, пользуясь формулами $d_{пр} \leq h_1 + ms$, $d_{бр} \geq h_2 + ms$,

где $h_1 = \frac{lgB}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}$, $h_2 = \frac{lgA}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}$, $s = \frac{lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}$. $m_0 = -\frac{h_1}{s}$.

Вычислив m_0, можно построить график плана по трем характеристическим точкам:

а) $d_m = 0, m_0 = -\frac{h_1}{s}$;

б) $d_m = h_1, m = 0$;

в) $d_m = h_2, m = 0$.

Для построения плана нужно предварительно определить оценочные нормативы A и B и константы h_1, h_2 и s:

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha} = \frac{1-0{,}06}{0{,}08} = 11{,}75;\ B = \frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{0{,}06}{1-0{,}08} = 0{,}065;$$

$$h_1 = \frac{lgB}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}} = \frac{lg0{,}065}{lg\frac{0{,}12}{0{,}01}+lg\frac{0{,}99}{0{,}88}} = \frac{-1{,}187}{1{,}079+0{,}051} = -1{,}050,$$

$$h_1 = \frac{lgA}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}} = \frac{lg11.75}{1{,}130} = \frac{1{,}07}{1{,}130} = 0{,}950,$$

$$s = \frac{lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}{lg\frac{q_1}{q_0}+lg\frac{1-q_0}{1-q_1}} = \frac{0{,}051}{1{,}130} = 0{,}045.$$

Для вычисления таблицы плана используем формулы $d_{пр} \leq h_1 + ms$, $d_{бр} \geq h_2 + ms$, которые лучше представить в следующем виде: $m_{пр} \geq \frac{d_m-h_1}{s}$, $m_{бр} \geq \frac{d_m-h_2}{s}$.

Тогда при $d = 0$ $m_{пр} = \frac{-h_1}{s} = \frac{1{,}05}{0{,}045} = 23$, $m_{бр} = \frac{-h_2}{s} = \frac{-0{,}95}{0{,}045} = -21$ – браковка не осуществляется.

При $d = 1$ $m_{\text{пр}} = \frac{d-h_1}{s} = \frac{1-(-1{,}05)}{0{,}045} = \frac{2{,}05}{0{,}045} = 46$, $m_{\text{бр}} = \frac{d-h_2}{s} = \frac{1-0{,}95}{0{,}045} = 1$ и т.д. Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчет плана к примеру 12

d_m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_{\text{пр}}$ не менее	23	45	67	91	112	134	156	179	201	228	245
$m_{\text{бр}}$не более	-	1	23	45	68	90	112	134	156	179	201

График плана наиболее просто строится по трем характеристическим точкам:

а) $d_m = 0, m_0 = 23$;

б) $d_m = h_1 = -1{,}05, m = 0$;

в) $d_m = h_2 = 0{,}95, m = 0$.

Точка $d = 1$, $m = 46$ определяет приемку партии; точка $d = 4$, $m = 50$ позволяет принять решение о браковке и точка $d = 5$, $m = 100$ соответствует правилу продолжения испытаний.

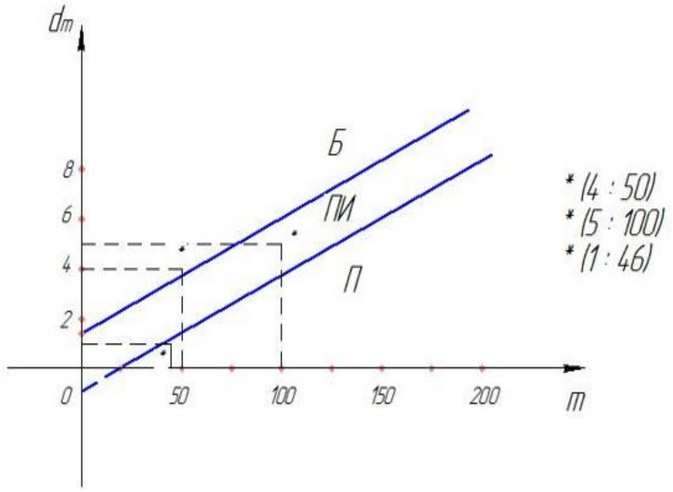

Рисунок 6 –График плана контроля (к примеру 12)

Пример 13. Для контроля надежности большой партии ($N > 2000$) телевизоров требуется построить в табличной (до $d = 10$) и графической формах план последовательного контроля с риском поставщика $\alpha = 0{,}05$ и риском заказчика $\beta = 0{,}10$. Надежность партии считается высокой при $q_0 = 0{,}02$ и низкой при $q_1 = 0{,}10$.

Принять решения для трех рабочих точек: $d = 0$, $m = 40$; $d = 3$, $m = 20$; $d = 2, m = 100$.

Решение. По условию примера построение последовательного плана возможно с применением распределения Пуассона. Решение примера производим в той же последовательности, что и предыдущего.

Определяем A, B. h_1, h_2 и s.

$$A = \frac{1-0{,}10}{0{,}05} = 18;\ B = \frac{0{,}10}{1-0{,}05} = 0{,}01;\ h_1 = \frac{lgB}{lg\frac{q_1}{q_0}} = \frac{lg0{,}01}{lg\frac{0{,}10}{0{,}20}} = \frac{-2}{0{,}699} = -2{,}88;$$

$$h_2 = \frac{lgA}{lg\frac{q_1}{q_0}} = \frac{lg18}{lg\frac{0{,}10}{0{,}20}} = \frac{1{,}255}{0{,}699} = 1{,}80;\ s = \frac{0{,}4343(q_1-q_0)}{lg\frac{q_1}{q_0}} = \frac{0{,}4343\cdot 0{,}08}{0{,}699} = 0{,}05\ .$$

Вычисляем показатели приемки и браковки партии по формулам: : $m_{пр} \geq \frac{d-h_1}{s} = \frac{d+2{,}88}{0{,}05}$, $m_{бр} \geq \frac{d-h_2}{s} = \frac{d-1{,}80}{0{,}05}$.

Графики плана строятся по характеристическим точкам:

а) $d = 0$, $m_0 = 28$;

б) $d = h_1 = -2{,}88$, $m = 0$;

в) $d = h_2 = 1{,}80$, $m = 0$.

Показатели всех приемочных и браковочных чисел представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Расчет плана к примеру 13

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_{пр}$ не менее	58	28	98	118	138	158	178	198	218	238	258
$m_{бр}$не более	-	-	4	24	44	64	84	104	124	144	164

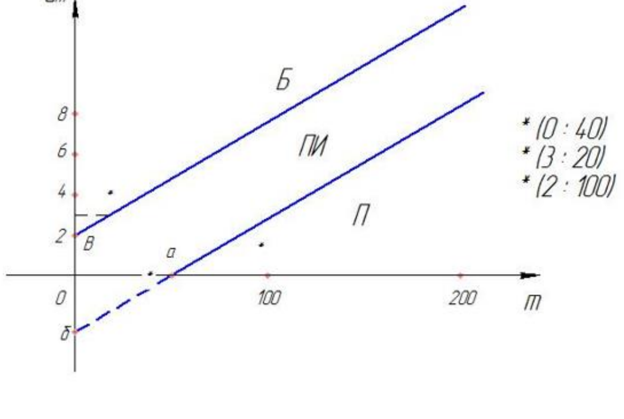

Рисунок 7 – График плана контроля (к примеру 13)

Из таблицы и графика видно, что при положении рабочей точки $d = 0$, $m = 20$ партию следует браковать, при положении точки $d = 2$, $m = 100$ – принимать.

Пример 14. Надежность электронных преобразователей, выпускаемых большой серией, считается высокой при $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{час}}$ и низкой – при интенсивности отказов $\lambda_1 = 1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}$. Риск заказчика и поставщика одинаков и составляет $\alpha = \beta = 0{,}05$.

Требуется рассчитать последовательный план выходного контроля надежности таких преобразователей.

План контроля необходимо представить в табличной и графической формах до $m = d = 10$.

Принять решения для трех рабочих точек: $d = 0$, $t_\Sigma = 5000$ час; $d = 1$, $t_\Sigma = 5000$ час; $d = 2$, $t_\Sigma = 300$ час.

Решение. Для построения плана необходимо определить его константы, для чего вычисляем: $A = \frac{1-0{,}05}{0{,}05} = 19$; $B = \frac{0{,}05}{1-0{,}05} = 0{,}053$;

$$h_1 = -2{,}303 \frac{lgB}{\lambda_1 - \lambda_0} = +2{,}303 \frac{1{,}276}{(10-2)\cdot 10^{-4}} = 0{,}367 \cdot 10^4;$$

$$h_2 = -2{,}303 \frac{lg\text{A}}{\lambda_1 - \lambda_0} = -2{,}303 \frac{1{,}279}{(10-2)\cdot 10^{-4}} = -0{,}367 \cdot 10^4;$$

$$s = 2{,}303 \frac{lg\frac{\lambda_1}{\lambda_0}}{\lambda_1 - \lambda_0} = \frac{2{,}303\cdot 0{,}699}{8\cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^3.$$

Показатели приемки и браковки партии вычисляем исходя из формул $t_\Sigma \geq h_1 + d_m s$ и $t_\Sigma \leq h_2 + d_m s$.

Так, минимальная величина наработки при соответствующем числе дефектных изделий для приемки и браковки подсчитывается по соотношениям соответственно:

$$t_\Sigma \geq h_1 + d_m s = 0{,}367 \cdot 10^4 + d_m \cdot 2 \cdot 10^3;$$

$$t_\Sigma \leq h_2 + d_m s = -0{,}367 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 \cdot d_m.$$

Подсчитанные по этим формулам данные представлены в таблице 4.

Таблица 4 –Расчет плана к примеру 14

d_m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{\Sigma\,\text{пр.,час}}$ не менее	3670	5670	7670	9670	11670	13670	15670	17670	19670	21670	23670
$t_{\Sigma\,\text{бр.,час}}$ не более	-	-	330	2330	4330	6330	8330	10330	12330	14330	16330

График плана можно построить с помощью полученной таблицы или по трем характеристическим точкам:

а) $d_m = -\frac{h_1}{s} = \frac{3670}{2000} = 1{,}83$, $t_\Sigma = 0$;

б) $d_m = 0$, $h_2 = -3670$;

в) $d_m = 0$, $h_1 = 3670$.

Для точного построения графиков по вычисленным точкам необходимо выбрать соответствующие масштабы для d_m и t_Σ .

Рабочей точке $d = 0$, $t_\Sigma = 5000$ час соответствует решение о приемке контролируемой партии преобразователей.

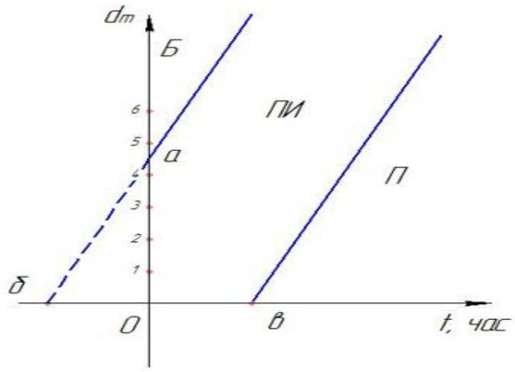

Рисунок 8 – График плана контроля (к примеру 14)

Если рабочая точка имеет положение $d = 1$, $t_\Sigma = 5000$ час, то испытания нужно продолжать. При $d = 2$, $t_\Sigma = 300$ час принимается решение о браковке.

Пример 15. В эксплуатации находятся 50 непрерывно и одновременно работающих восстанавливаемых технических устройств, замена которых при отказе производится практически мгновенно. Надежность устройств считается высокой и доработка не требуется при средней наработке до отказа $T_0 = 400$ час, а при наработке $T_1 = 200$ час необходима доработка. Закон распределения отказов принят экспоненциальным.

Для выявления необходимости доработки эксплуатируемых технических устройств нужно осуществить контроль их надежности по наработке. Решение должно быть принято со значениями риска $\alpha = 0{,}05$ и $\beta = 0{,}10$. План контроля нужно представить в табличной форме.

Решение. Так как распределение отказов исследуемых устройств экспоненциальное, то $\lambda_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{400} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}$; $\lambda_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}$.

Контроль производится по правилам, описанным формулами $t_\Sigma \geq h_1 + d_m s$ и $t_\Sigma \leq h_2 + d_m s$. Но имея в виду одновременную работу $N = 50$ устройств и возможность их восстановления, целесообразно строить таблицу и график плана с учетом времени эксплуатации t^*, которое определяется из формулы $t^* = \frac{t_\Sigma}{N}$.

Константы плана h_1, h_2, s находятся по формулам: $h_1 = \frac{-2,303(lgB)}{\lambda_1 - \lambda_0}$;

$h_2 = \frac{-2,303(lgA)}{\lambda_1 - \lambda_0}$; $s = \frac{2,303\left(lg\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}{\lambda_1 - \lambda_0}$, для чего предварительно нужно определить A, B, $\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$ и их логарифмы: $A = \frac{1-0,10}{0,05} = 18$; $B = \frac{0,10}{1-0,05} = 0,105$; $\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{5\cdot10^{-3}}{2,5\cdot10^{-3}} = 2$; $lgA = 1,255$; $\lg B = -0,979$; $lg2 = 0,301$; $h_1 = \frac{-2,303(-0,979)}{2,5\cdot10^{-3}} = 900$; $h_2 = \frac{-2,30\cdot1,255}{2,5\cdot10^{-3}} = -1160$; $s = \frac{2,303\cdot0,301}{2,5\cdot10^{-3}} = 276$.

Пользуясь формулами $t_\Sigma \geq h_1 + d_m s$ и $t_\Sigma \leq h_2 + d_m s$, а также учитывая $t^* = \frac{t_\Sigma}{N}$, вычислим показатели приемки и браковки, округляя время эксплуатации до часа. Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Расчет плана к примеру 15

d_m	0	1	2	3	4	5
$t^*_{пр}$, час, не менее	18	24	29	35	40	45
$t_{бр}$, час, не более	—	—	—	—	—	4

Пример 16. На испытании поставлено $N = 20$ экземпляров, $\lambda_0 = 7,5\cdot10^{-4}\frac{1}{час}$, $\lambda_1 = 2\cdot10^{-3}\frac{1}{час}$: $\alpha = 0,10$; $\beta = 0,03$. Требуется составить план контроля надежности по наработке невосстанавливаемых устройств до $d = 5$ и принять решения в случаях, когда:

а) произошло два отказа при наработках отказавших экземпляров $t_1 = 55$ час, $t_2 = 100$ час и испытания приостановлены;

б) после отказов, указанных в пункте а, все остальные устройства продолжали работать до момента контроля $t^* = 250$ час;

в) после трех отказов устройства наработали 5, 15 и 20 час.

<u>Решение.</u> План контроля в данном случае определяется так же, как и в примере 14: $A = \frac{1-0,03}{0,10} = 9,7$; $B = \frac{0,03}{1-0,10} = 0,0334$; $\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{2\cdot10^{-3}}{7,5\cdot10^{-3}} = 2,67$; $lgA = 0,987$; $lgB = 1,476$; $lg\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = 0,426$; $h_1 = \frac{2,3\cdot1,476}{12,5\cdot10^{-4}} = 2720$; $h_2 = \frac{-2,3\cdot0,987}{12,5\cdot10^{-4}} = -1860$; $s = \frac{2,3\cdot0,426}{12,5\cdot10^{-4}} = 785$. Полученные данные занесены в таблицу 6.

Таблица 6 – Расчет плана к примеру 16

d_m	0	1	2	3	4	5
$t_{\Sigma\,пр.,час}$ не менее	2720	3505	4290	5075	5860	6645
$t_{\Sigma\,бр.,час}$ не более	—	—	—	495	1280	2065

Для определения положения рабочей точки и принятия решения в процессе контроля необходимо подсчитывать наработку по формуле $t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t^*$.

Так, для первой рабочей точки $t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t^* = 55 + 100 + (20 - 2) \cdot 100 = 1955 < 4290$.

В соответствии с условием $h_2 + d_m s < t_{\Sigma} < h_1 + d_m s$ испытания нужно продолжить.

Для второй рабочей точки наработка составляет $t_{\Sigma} = 155 + 18 \cdot 250 = 4655 > 4290$. В соответствии с условием $t_{\Sigma} \geq h_1 + d_m s$ партию нужно принять.

Для третьей точки: $t_{\Sigma} = 5 + 15 + 20 + (20 - 3) \cdot 20$=380$< 495$. По условию $t_{\Sigma} \leq h_2 + d_m s$ испытания прекращаются и партия бракуется.

Пример 17. В процессе приемки изделий завода представителями заказчика проверяется их функционирование в течение $t^* = 20$ час. Необходимо использовать информацию, получаемую при контроле функционирования, для контроля наработки, если $\lambda_0 = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{час}}$, $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}$: $\alpha = 0{,}10$; $\beta = 0{,}03$. Изделия после отказа восстанавливаются.

Требуется принять решение в случае, когда испытано $N = 125$ изделий, из них отказало 5 с общей наработкой отказавших изделий $\sum_{i=1}^{5} t_i = 75$ час.

<u>Решение.</u> Для построения таблицы и графика применяются планы, рассмотренные в примере 14. Наработка в процессе контроля определяется по формуле $t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t^*$, но в качестве t^* берется установленное время функционирования.

Так, для $t^* = 20$, $N = 125$, $d = 5$ и $\sum_{i=1}^{5} t_i = 75$ час определяем е $t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t^* = 75 + (125 - 5) \cdot 20 = 2475$ час.

Обращаемся к таблице плана и устанавливаем, что при $d = 5$ полученная наработка больше требуемой для браковки и меньше требуемой для приемки, т.е. $2065 < 2475 < 6645$, что соответствует условию продолжения испытаний. Результаты показателей приемки и браковки представлены в таблице 7.

Таблица 7 – Расчет плана к примеру 17

d_m	0	1	2	3	4	5
$t_{\Sigma\,\text{пр.,час}}$ не менее	2720	3505	4290	5075	5860	6645
$t_{\Sigma\,\text{бр.,час}}$ не более	–	–	–	495	1280	2065

Пример 18. Надежность устройств с нормальным законом распределения отказов считается высокой при средней наработке до отказа $T_0 \geq 150$ час и низкой при $T_1 \leq 100$ час. Требуется рассчитать план последовательного кон-

троля средней наработки до отказа, если стандартное отклонение известно и составляет $\sigma = 20$ час. Риск поставщика равен риску заказчика и составляет 0,05.

Решение. Для расчета констант плана воспользуемся формулами:

$h_1 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgB}{T_0 - T_1}$; $h_2 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgA}{T_0 - T_1}$; $s = \frac{T_0 + T_1}{2}$.

$$h_1 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgB}{T_0 - T_1} = -2{,}3 \frac{20^2 lg \frac{0{,}05}{1-0{,}05}}{150-100} = 23{,}6;$$

$$h_2 = \frac{-2{,}303 \cdot \sigma^2 \cdot lgA}{T_0 - T_1} = -2{,}3 \frac{20^2 lg \frac{1-0{,}05}{0{,}05}}{150-100} = -23{,}6; \; s = \frac{T_0 + T_1}{2} = \frac{150+100}{2} = 125.$$

Характеристические точки графика плана:

а) $m = -\frac{h_2}{s} = \frac{23{,}6}{125} = 0{,}198, \; t_{\sum} = 0$;

б) $m = 0, \; t_{\sum} = h_2 = -23{,}6$;

в) $m = 0, \; t_{\sum} = h_1 = 23{,}6$.

Таблица соотношений строится по соотношениям:

- партия принимается, если $t_{\sum} \geq h_1 + ms$;
- бракуется, если $t_{\sum} \leq h_2 + ms$;
- испытания продолжаются, если $\mathrm{h}_1 + \mathrm{sm} > \mathrm{t}_{\sum} > \mathrm{h}_2 + \mathrm{sm}$, где $t_{\sum} = \sum_{i=1}^{m} t_i$.

Пример 19. Из партии изделий объемом в $N = 40$ экземпляров извлечена выборка, объем которой равен 10 экземпляров. При испытаниях выборки с целью контроля надежности, в интересах заказчика, обнаружено 2 дефектных изделия. Следует решить, можно ли принять партию с риском $\alpha \approx 0{,}12$, если при числе дефектных изделий в партии $D_1 \geq 5$ партия должна быть забракована.

Решение.

Так как партия малая $(N < 100)$, а относительный объем выборки велик $\left(\frac{n}{N} = \frac{1}{4}\right)$, то контроль нужно осуществлять, исходя из гипергеометрического распределения. В данном случае, партия бракуется.

2.2 Задачи для самостоятельной работы

1. В эксплуатации находится 20 невосстанавливаемых объектов и 30 таких же объектов хранится на складе. К заданному сроку эксплуатации 1 объект вышел из строя. Допустимая доля дефектных изделий всей партии за данное время эксплуатации составляет 6%. Определить с риском 0,20 возможность дальнейшей эксплуатации изделий без профилактических мер.

Ответ: Профилактика должна быть произведена.

2. Заводом изготовлено 45 специальных автомашин. Допустимое число неисправных машин в партии $D_0 = 4$ шт. Найти приемочное число A_0, если испытаниям будет подвергнуто 15 машин. Решение должно быть принято с риском, не превышающим 0,10.

Ответ: $A_0 = 2$; $\acute{\alpha} = 0{,}098$.

3. Заводом изготовлена серия автоматов в количестве 120 шт. Для выходного контроля выделено 20 автоматов. Для признания серии надежной в ней должно быть не более 5% дефектных изделий. Определить приемочное число с риском $\alpha \approx 0{,}05$.

Ответ: $A_0 = 2$; $\acute{\alpha} = 0{,}06$.

4. На складе хранится 200 изделий однократного действия. При испытании 50 изделий, взятых из общего числа случайным образом, зарегистрировано 2 отказа. Требуется найти с риском 0,20 соответствие требованиям к надежности всей партии изделий, если допустимая вероятность безотказной работы должна быть не менее 0,95.

Ответ: Партия должна быть забракована, так как $A_1 = 1$.

5. Для контроля надежности в интересах заказчика взята выборка $n = 30$ из $N = 300$ устройств однократного действия. Контролируемая партия устройств допускает максимальную вероятность отказов менее 0,12. Определить браковочное число с риском $\beta = 0{,}10$.

Ответ: $A_1 = 2$.

6. Для выборки $n = 10$ изделий из партии $N = 100$ шт. установлено приемочное число $A_0 = 1$. Найти риск поставщика при $q_0 = 0{,}05$ с использованием формул гипергеометрического и f −биономиального распределений.

Ответ: При гипергеометрическом распределении $\acute{\alpha} = 0{,}077$; при f −биономиальном $\acute{\alpha} = 0{,}081$.

7. Из партии объемом $N = 1000$ шт. взята выборка $n = 100$ экземпляров. Установлены приемочное и браковочное числа: $A_0 = 3$, $A_1 = 4$. Определить риск поставщика и риск заказчика, если $q_0 = 0{,}02$, а $q_1 = 0{,}2$ с использованием формул гипергеометрического и f −биономиального распределений.

Ответ: Для гипергеометрического распределения $\acute{\alpha} = 0{,}131$; $\acute{\beta} = 0{,}030$; при f −биономиальном $\acute{\alpha} = 0{,}133$, $\acute{\beta} = 0{,}035$.

8. Заводом изготовлена серия автоматов в количестве 120 шт. Для выходного контроля выделено 20 автоматов. Для признания серии надежной в ней должно быть не более 5% дефектных изделий. Определить приемочное число и риск поставщика, исходя из биномиальной аппроксимации, сравнив результат с ответом задачи 3.

Ответ: $A_0 = 2$; $\acute{\alpha} = 0{,}075$.

9. Для контроля надежности в интересах заказчика проведено 50 испытаний восстанавливаемой электронной аппаратуры, вероятность отказов которой должна быть меньше 0,10. При испытаниях зарегистрировано 2 отказа. Найти риск заказчика.

Ответ: $\acute{\beta} = 0{,}112$.

10. Вычислить объемы выборок биномиального плана контроля надежности в интересах заказчика при браковочном числе $A_1 = 1$ при рисках $\beta \approx 0{,}05\ (\approx 0{,}10, \approx 0{,}20)$и $q_1 = 0{,}05\ (0{,}10)$.

2.3 Индивидуальные задания

1. Партия изделий, надежность которой нужно проконтролировать, состоит из **N** экземпляров. Партия считается хорошей, если в ней содержится не более q_0 (%) дефектных изделий, и плохой – при содержании q_1 *(%)* дефектных изделий. Риск поставщика и риск заказчика составляют α и β. Определить приемное (A_0) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке объемом nэкземпляров. Данные по вариантам представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Данные к задаче 1

	N	n	q_0,%	q_1,%	α	β
1	50	20	5	10	0,1	0,1
2	50	30	10	20	0,1	0,1
3	60	20	10	20	0,1	0,1
4	40	30	5	10	0,1	0,1
5	60	20	10	20	0,1	0,1
6	70	30	10	20	0,1	0,1
7	50	30	10	20	0,1	0,1
8	70	40	20	30	0,1	0,1
9	60	20	10	20	0,1	0,1
10	60	30	10	20	0,1	0,1

2. Контролю надежности подлежит партия из $N = 200$ изделий. Необходимо определить приемочное (A_0) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке из $n = 40$ изделий. Партия считается хорошей, если в ней содержится 5%, и плохой – если 10% дефектных изделий. Риск поставщика принят равным 0,20, а риск заказчика – 0,10. Данные по вариантам представлены в таблице 9.

Таблица 9 – Данные к задаче 2

	N	n	q_0,%	q_1,%	α	β
1	200	40	5	10	0,2	0,1
2	300	60	5	10	0,1	0,1
3	200	50	10	20	0,1	0,1
4	300	50	10	20	0,1	0,1
5	250	50	10	20	0,2	0,1
6	350	60	5	10	0,1	0,1
7	400	80	10	15	0,1	0,1
8	150	30	10	20	0,2	0,1
9	200	30	10	20	0,2	0,1
10	300	60	5	15	0,1	0,1

3. Из большой партии изделий $(N > 1000)$ извлечена выборка в n экземпляров с целью контроля надежности в интересах поставщика. Предполагаемая вероятность отказов изделий, при которой партия должна быть при-

знана хорошей, составляет q_0. Определить приемочное число A_0 с риском α. Данные по вариантам представлены в таблице 10.

Таблица 10 –Данные к задаче 3

	n	q_0	α
1	60	0,02	0,10
2	70	0,03	0,10
3	50	0,01	0,10
4	80	0,03	0,10
5	40	0,01	0,20
6	50	0,02	0,10
7	70	0,03	0,10
8	60	0,02	0,10
9	40	0,02	0,20
10	50	0,02	0,10

4. В эксплуатации находятся N непрерывно и одновременно работающих восстанавливаемых технических устройств, замена которых при отказе производится практически мгновенно. Надежность устройств считается высокой и доработка не требуется при средней наработке до отказа $T_0 = 400$ час, а при наработке $T_1 = 200$ час необходима доработка. Закон распределения отказов принят экспоненциальным. Для выявления необходимости доработки эксплуатируемых технических устройств нужно осуществить контроль их надежности по наработке. Решение должно быть принято со значениями риска $\alpha = 0{,}05$ и $\beta = 0{,}10$. План контроля нужно представить в табличной форме. Данные по вариантам представлены в таблице 11.

Таблица 11 – Данные к задаче 4

	N	T_0, час	T_1, час	α	β
1	50	400	200	0,05	0,1
2	60	400	200	0,1	0,2
3	40	300	100	0,1	0,1
4	60	400	200	0,2	0,1
5	50	300	100	0,1	0,1
6	40	300	100	0,1	0,2
7	40	400	100	0,1	0,1
8	50	500	200	0,1	0,1
9	50	400	100	0,05	0,1
10	60	300	100	0,1	0,1

5. На испытании поставлено $N = 20$ экземпляров, $\lambda_0 = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{час}}$, $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{час}}$: $\alpha = 0{,}10$; $\beta = 0{,}03$. Требуется составить план контроля надежности по наработке невосстанавливаемых устройств до $d = 5$ и принять решения в случаях, когда:

а) произошло два отказа при наработках отказавших экземпляров $t_1 = 55$ час, $t_2 = 100$ час и испытания приостановлены;

б) после отказов, указанных в пункте а, все остальные устройства продолжали работать до момента контроля $t^* = 250$ час;

в) после трех отказов устройства наработали 5, 15 и 20 час. Данные представлены в таблице 12 по вариантам.

Таблица 12 – Данные к задаче 5

	N	d	$\lambda_0, \cdot 10^{-4}$	$\lambda_1, \cdot 10^{-3}$	α	β	t_1	t_2	t^*	t_1'	t_2'	t_3'
1	30	5	6	2	0,1	0,05	50	100	150	10	20	30
2	20	4	5	1	0,1	0,1	55	110	160	5	15	30
3	40	6	4	3	0,2	0,1	40	80	130	10	20	30
4	30	5	6	2	0,1	0,05	60	120	170	5	15	30
5	20	4	5	1	0,1	0,05	70	140	190	10	20	30
6	40	5	4	3	0,1	0,1	90	180	230	5	15	30
7	30	4	5	2	0,1	0,05	80	160	210	10	20	30
8	30	5	6	2	0,2	0,2	50	100	150	5	15	30
9	50	6	4	3	0,1	0,2	60	120	170	10	20	30
10	30	3	5	1	0,1	0,1	40	80	130	5	15	30

Библиографический список

1. Половко, А.М. Сборник задач по теории надежности/ А.М. Половко, И.И. Маликов. – М.: «Советское радио»,1972 г.

2. Половко, А.М. Основы теории надежности. Практикум/ А.М. Половко, С.В. Гуров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам/ Д.Т. Письменный – М.: Айрис-пресс, 2007.

4. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов/ В.Е. Гмурман. – М: Высшая школа, 1998.

5. Вентцель, Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учебное пособие для студ. вузов/Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: «Академия», 2005 г.

6. Фадеева, Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций/Л.Н. Фадеева. – М.: Эксмо, 2006 г.

7. Носов, В.В. Диагностика машин и оборудования: учебное пособие/В.В. Носов. – СПб.: Лань, 2012.

8. Ананьин, А.Д. Диагностика и техническое обслуживание машин: учебное пособие для студ. вузов/А.Д. Ананьин и др. – М.: «Академия», 2008 г.

Приложение А

Таблица А.1 – Значения функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)
0,00	0,00000	0,50	0,19146	1,00	0,34134	1,50	0,43319	2,00	0,47725	3,00	0,49865
0,01	0,00399	0,51	0,19497	1,01	0,34375	1,51	0,43448	2,02	0,47831	3,05	0,49886
0,02	0,00798	0,52	0,19847	1,02	0,34614	1,52	0,43574	2,04	0,47932	3,10	0,49903
0,03	0,01197	0,53	0,20194	1,03	0,34849	1,53	0,43699	2,06	0,48030	3,15	0,49918
0,04	0,01595	0,54	0,20540	1,04	0,35083	1,54	0,43822	2,08	0,48124	3,20	0,49931
0,05	0,01994	0,55	0,20884	1,05	0,35314	1,55	0,43943	2,10	0,48214	3,25	0,49942
0,06	0,02392	0,56	0,21226	1,06	0,35543	1,56	0,44062	2,12	0,48300	3,30	0,49952
0,07	0,02790	0,57	0,21566	1,07	0,35769	1,57	0,44179	2,14	0,48382	3,35	0,49960
0,08	0,03188	0,58	0,21904	1,08	0,35993	1,58	0,44295	2,16	0,48461	3,40	0,49966
0,09	0,03586	0,59	0,22240	1,09	0,36214	1,59	0,44408	2,18	0,48537	3,45	0,49972
0,10	0,03983	0,60	0,22575	1,10	0,36433	1,60	0,44520	2,20	0,48610	3,50	0,49977
0,11	0,04380	0,61	0,22907	1,11	0,36650	1,61	0,44630	2,22	0,48679	3,55	0,49981
0,12	0,04776	0,62	0,23237	1,12	0,36864	1,62	0,44738	2,24	0,48745	3,60	0,49984
0,13	0,05172	0,63	0,23565	1,13	0,37076	1,63	0,44845	2,26	0,48809	3,65	0,49987
0,14	0,05567	0,64	0,23891	1,14	0,37286	1,64	0,44950	2,28	0,48870	3,70	0,49989
0,15	0,05962	0,65	0,24215	1,15	0,37493	1,65	0,45053	2,30	0,48928	3,75	0,49991
0,16	0,06356	0,66	0,24537	1,16	0,37698	1,66	0,45154	2,32	0,48983	3,80	0,49993
0,17	0,06749	0,67	0,24857	1,17	0,37900	1,67	0,45254	2,34	0,49036	3,85	0,49994
0,18	0,07142	0,68	0,25175	1,18	0,38100	1,68	0,45352	2,36	0,49086	3,90	0,49995
0,19	0,07535	0,69	0,25490	1,19	0,38298	1,69	0,45449	2,38	0,49134	3,95	0,49996
0,20	0,07926	0,70	0,25804	1,20	0,38493	1,70	0,45543	2,40	0,49180	4,00	0,49997
0,21	0,08317	0,71	0,26115	1,21	0,38686	1,71	0,45637	2,42	0,49224	4,05	0,49997
0,22	0,08706	0,72	0,26424	1,22	0,38877	1,72	0,45728	2,44	0,49266	4,10	0,49998
0,23	0,09095	0,73	0,26730	1,23	0,39065	1,73	0,45818	2,46	0,49305	4,15	0,49998
0,24	0,09483	0,74	0,27035	1,24	0,39251	1,74	0,45907	2,48	0,49343	4,20	0,49999
0,25	0,09871	0,75	0,27337	1,25	0,39435	1,75	0,45994	2,50	0,49379	4,25	0,49999
0,26	0,10257	0,76	0,27637	1,26	0,39617	1,76	0,46080	2,52	0,49413	4,30	0,49999
0,27	0,10642	0,77	0,27935	1,27	0,39796	1,77	0,46164	2,54	0,49446	4,35	0,49999
0,28	0,11026	0,78	0,28230	1,28	0,39973	1,78	0,46246	2,56	0,49477	4,40	0,49999
0,29	0,11409	0,79	0,28524	1,29	0,40147	1,79	0,46327	2,58	0,49506	4,45	0,50000
0,30	0,11791	0,80	0,28814	1,30	0,40320	1,80	0,46407	2,60	0,49534	4,50	0,50000
0,31	0,12172	0,81	0,29103	1,31	0,40490	1,81	0,46485	2,62	0,49560	4,55	0,50000

Продолжение таблицы А.1

0,32	0,12552	0,82	0,29389	1,32	0,40658	1,82	0,46562	2,64	0,49585	4,60	0,50000
0,33	0,12930	0,83	0,29673	1,33	0,40824	1,83	0,46638	2,66	0,49609	4,65	0,50000
0,34	0,13307	0,84	0,29955	1,34	0,40988	1,84	0,46712	2,68	0,49632	4,70	0,50000
0,35	0,13683	0,85	0,30234	1,35	0,41149	1,85	0,46784	2,70	0,49653	4,75	0,50000
0,36	0,14058	0,86	0,30511	1,36	0,41309	1,86	0,46856	2,72	0,49674	4,80	0,50000
0,37	0,14431	0,87	0,30785	1,37	0,41466	1,87	0,46926	2,74	0,49693	4,85	0,50000
0,38	0,14803	0,88	0,31057	1,38	0,41621	1,88	0,46995	2,76	0,49711	4,90	0,50000
0,39	0,15173	0,89	0,31327	1,39	0,41774	1,89	0,47062	2,78	0,49728	4,95	0,50000
0,40	0,15542	0,90	0,31594	1,40	0,41924	1,90	0,47128	2,80	0,49744	5,00	0,50000
0,41	0,15910	0,91	0,31859	1,41	0,42073	1,91	0,47193	2,82	0,49760		
0,42	0,16276	0,92	0,32121	1,42	0,42220	1,92	0,47257	2,84	0,49774		
0,43	0,16640	0,93	0,32381	1,43	0,42364	1,93	0,47320	2,86	0,49788		
0,44	0,17003	0,94	0,32639	1,44	0,42507	1,94	0,47381	2,88	0,49801		
0,45	0,17364	0,95	0,32894	1,45	0,42647	1,95	0,47441	2,90	0,49813		
0,46	0,17724	0,96	0,33147	1,46	0,42785	1,96	0,47500	2,92	0,49825		
0,47	0,18082	0,97	0,33398	1,47	0,42922	1,97	0,47558	2,94	0,49836		
0,48	0,18439	0,98	0,33646	1,48	0,43056	1,98	0,47615	2,96	0,49846		
0,49	0,18793	0,99	0,33891	1,49	0,43189	1,99	0,47670	2,98	0,49856		

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1– Критические точки распределения Стьюдента

k \ α	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6192
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,924
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
35	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238	3,5911
40	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
45	1,6794	2,0141	2,4121	2,6896	3,5203
50	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,4960

Продолжение таблицы Б.1

55	1,6730	2,004	2,3961	2,6682	3,4764
60	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
70	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479	3,4350
80	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
90	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	3,4019
100	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,3905
110	1,6588	1,9818	2,3607	2,6213	3,3812
120	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	1,6448	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Распределение Стьюдента используется при проверке статистических гипотез при небольшом объёме выборки. Изучать малые выборки начал английский статистик В.С. Госсет (псевдоним Стьюдент) в 1908 году. Он доказал, что оценка расхождения между средней малой выборки и генеральной средней подчинена особому закону распределения.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Таблица В.1– Таблица критических точек распределения Пирсона

k /α	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,63490	5,02389	3,84146	0,00393	0,00098	0,00016
2	9,21034	7,37776	5,99146	0,10259	0,05064	0,02010
3	11,34487	9,34840	7,81473	0,35185	0,21580	0,11483
4	13,2767	11,14329	9,48773	0,71072	0,48442	0,29711
5	15,08627	12,8325	11,0705	1,14548	0,83121	0,55430
6	16,81189	14,44938	12,59159	1,63538	1,23734	0,87209
7	18,47531	16,01276	14,06714	2,16735	1,68987	1,23904
8	20,09024	17,53455	15,50731	2,73264	2,17973	1,64650
9	21,66599	19,02277	16,91898	3,32511	2,70039	2,08790
10	23,20925	20,48318	18,30704	3,94030	3,24697	2,55821
11	24,72497	21,92005	19,67514	4,57481	3,81575	3,05348
12	26,21697	23,33666	21,02607	5,22603	4,40379	3,57057
13	27,68825	24,7356	22,36203	5,89186	5,00875	4,10692
14	29,14124	26,11895	23,68479	6,57063	5,62873	4,66043
15	30,57791	27,48839	24,99579	7,26094	6,26214	5,22935
16	31,99993	28,84535	26,29623	7,96165	6,90766	5,81221
17	33,40866	30,19101	27,58711	8,67176	7,56419	6,40776
18	34,80531	31,52638	28,86930	9,39046	8,23075	7,01491
19	36,19087	32,85233	30,14353	10,11701	8,90652	7,63273
20	37,56623	34,16961	31,41043	10,85081	9,59078	8,26040
21	38,93217	35,47888	32,67057	11,59131	10,2829	8,89720
22	40,28936	36,78071	33,92444	12,33801	10,98232	9,54249
23	41,63840	38,07563	35,17246	13,09051	11,68855	10,19572
24	42,97982	39,36408	36,41503	13,84843	12,40115	10,85636
25	44,31410	40,64647	37,65248	14,61141	13,11972	11,52398
26	45,64168	41,92317	38,88514	15,37916	13,84391	12,19815
27	46,96294	43,19451	40,11327	16,15140	14,57338	12,87850
28	48,27824	44,46079	41,33714	16,92788	15,30786	13,56471
29	49,58788	45,72229	42,55697	17,70837	16,04707	14,25645
30	50,89218	46,97924	43,77297	18,49266	16,79077	14,95346
31	52,19139	48,23189	44,98534	19,28057	17,53874	15,65546
32	53,48577	49,48044	46,19426	20,07191	18,29076	16,36222
33	54,77554	50,72508	47,39988	20,86653	19,04666	17,07351
34	56,06091	51,96600	48,60237	21,66428	19,80625	17,78915
35	57,34207	53,20335	49,80185	22,46502	20,56938	18,50893

Продолжение таблицы В.1

36	58,61921	54,43729	50,99846	23,26861	21,33588	19,23268
37	59,89250	55,66797	52,19232	24,07494	22,10563	19,96023
38	61,16209	56,89552	53,38354	24,8839	22,87848	20,69144
39	62,42812	58,12006	54,57223	25,69539	23,65432	21,42616
40	63,69074	59,34171	55,75848	26,5093	24,43304	22,16426
41	64,95007	60,56057	56,94239	27,32555	25,21452	22,90561
42	66,20624	61,77676	58,12404	28,14405	25,99866	23,65009
43	67,45935	62,99036	59,30351	28,96472	26,78537	24,39760
44	68,70951	64,20146	60,48089	29,78748	27,57457	25,14803
45	69,95683	65,41016	61,65623	30,61226	28,36615	25,90127
46	71,20140	66,61653	62,82962	31,43900	29,16005	26,65724
47	72,44331	67,82065	64,00111	32,26762	29,95620	27,41585
48	73,68264	69,02259	65,17077	33,09808	30,75451	28,17701
49	74,91947	70,22241	66,33865	33,93031	31,55492	28,94065
50	76,15389	71,42020	67,50481	34,76425	32,35736	29,70668

Вообще такая точность (5 знаков после запятой) значений критических точек в статистике не требуется. Обычно достаточно бывает 1-2 знаков после запятой.

Учебное издание

Азизян Инара Артушовна

МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКА В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие

Подписано в печать________________Тираж _5_ экз.
Рязанский институт (филиал) Московского политехнического университета
390000, г. Рязань, ул. Право-Лыбедская, 26/53