

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емец Валерий Сергеевич  
Должность: Директор филиала  
Дата подписания: 19.10.2023 12:21:41  
Уникальный программный ключ:  
f2b8a1573e931f1098cfe699d1debd94fcff35d7

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Рязанский институт (филиал)  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Московский политехнический университет»

Кафедра «Прикладная математика и физика»

**О.А. Чихачева, О.В. Тихонова**

## **ЭКОНОМЕТРИКА**

Методические указания к лабораторным работам

Рязань  
2018

**УДК 33.311**  
**ББК 65я73:60.6**  
**Ч–71**

**Чихачева О.А.**

**Ч–71** Эконометрика: методические указания к лабораторным работам /  
О.А. Чихачева, О.В. Тихонова. – Рязань: Рязанский институт  
(филиал) Московского политехнического университета, 2018. – 40 с.

Данные методические указания предназначены для подготовки и проведения лабораторных работ по дисциплине «Эконометрика». Пособие может быть рекомендовано студентам направлений подготовки 38.03.02 Менеджмент и 38.03.01 Экономика всех форм обучения.

В пособии по каждой теме представлены вопросы для подготовки к лабораторной работе, пошаговый алгоритм выполнения работы и 20 вариантов заданий для организации индивидуальной работы студентов.

Печатается по решению методического совета Рязанского института (филиала) Московского политехнического университета.

**УДК 33.311**  
**ББК 65я73:60.6**

© О.А. Чихачева, О.В. Тихонова, 2018  
© Рязанский институт (филиал)  
Московского политехнического  
университета, 2018

## Содержание

Введение.....	4
1 Лабораторная работа № 1. Парная линейная регрессия и корреляция.....	5
2 Лабораторная работа № 2. Парная нелинейная регрессия и корреляция.....	14
3 Лабораторная работа № 3. Множественная линейная регрессия и корреляция.....	17
4 Лабораторная работа № 4. Анализ временных рядов.....	23
5 Лабораторная работа № 5. Системы эконометрических уравнений.....	28
6 Вопросы для подготовки к зачету/экзамену.....	33
Список литературы.....	41
Приложение А.....	35
Приложение Б.....	36
Приложение В.....	37
Приложение Г.....	39

## **Введение**

Экономико-математическая подготовка студентов является важнейшей составляющей формирования профессиональной компетенции специалистов экономического профиля.

Цель изучения дисциплины “Эконометрика” состоит в приобретении теоретических знаний и формировании навыков экономического анализа, моделирования и исследования простейших экономических процессов, а также навыков использования аналитических и вычислительных методов для освоения соответствующих разделов всех специальных и прикладных дисциплин.

Данные методические указания предназначены для подготовки и проведения лабораторных работ по эконометрике. Рекомендации составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлениям подготовки 38.03.02 Менеджмент и 38.03.01 Экономика. Пособие предназначено для бакалавров второго и третьего курса выше указанных направлений подготовки.

Материал пособия разделен на лабораторные работы. По каждой работе представлены вопросы для подготовки к занятию, задания для индивидуальной работы на занятиях по вариантам, алгоритм и пример выполнения работы в среде Excel, комментарии по решению типовых заданий.

В конце пособия предложены вопросы для подготовки к зачету/экзамену и приведен список литературы.

# 1 Лабораторная работа № 1. Парная линейная регрессия и корреляция

## Вопросы для подготовки к занятию

1. Перечислите этапы построения регрессионной модели.
2. Для чего строят диаграмму рассеяния исследуемых признаков?
3. В чём заключается метод наименьших квадратов?
4. Сформулируйте свойства выборочного коэффициента корреляции.
5. Как производится проверка оценки качества построенного уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера?
6. Что показывает коэффициент детерминации?
7. Опишите алгоритм проверки значимости коэффициентов регрессии и корреляции с помощью  $t$ -критерия Стьюдента.
8. Что показывает средняя ошибка аппроксимации? Каков её допустимый предел значений?
9. Как определить доверительный интервал для параметров регрессионного уравнения?
10. Как выполнить точечный и интервальный прогноз значений результирующей переменной  $y$  по значению объясняющей переменной  $x$ ?

**Задание 1.** Используя фактические значения независимого фактора ( $x$ ) и результирующей переменной ( $y$ ), проведите эконометрическое исследование зависимости  $y$  от  $x$ . Исходные данные для задания 1 представлены в таблицах 1.1 – 1.20 (по вариантам).

Таблица 1.1 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	2,2	2,8	2,7	2,1	2,1	2,3	2,7	2,4	2,6	2,7

Таблица 1.2 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	6,2	12,4	13,2	4,4	6,2	7,2	8,2	8,9	6,7	8
Прибыль, $y$	3,2	3,8	3,7	3,1	3,2	3,3	3,7	3,4	3,5	3,7

Таблица 1.3 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	7,3	11,4	12,3	3,3	5,1	4,2	5,3	9,8	6,5	7,8
Прибыль, $y$	5,4	4	4,7	6,2	6,4	6,5	5,8	4,3	4,9	4,7

Таблица 1.4 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	8	14	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	7,4
Прибыль, $y$	5,31	6,36	5,8	5,2	5,3	5,2	5,21	5,3	5,2	5,24

Таблица 1.5 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	6,2	13	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8
Прибыль, $y$	4,8	4	4,7	6,5	5,6	6,5	5,7	4,3	5,8	4,6

Таблица 1.6 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	9,4	13,3	11,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8,5
Прибыль, $y$	5,8	6,6	6,7	5,2	4,4	4,5	5,7	5,3	4,8	5

Таблица 1.7 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	8,6	10,3	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8,2
Прибыль, $y$	6,7	6,4	7,7	4	4,5	4	5,7	5,6	3,2	4,7

Таблица 1.8 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 8

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,5	9,5	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	5,7
Прибыль, $y$	5,5	6,7	6,7	5,2	5,4	5	5,7	6,3	5,2	4,3

Таблица 1.9 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 9

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	6,2	8,6	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6,2
Прибыль, $y$	6,5	4,5	3,7	6,2	5,4	7,5	5,7	4,3	5,2	5,8

Таблица 1.10 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 10

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	7,1	6,8	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	7,3
Прибыль, $y$	7,2	4,7	8,7	5,2	5,4	5	5,7	6,3	5,2	6,2

Таблица 1.11 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 11

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	7,1	8	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6
Прибыль, $y$	7	5	3,7	7,2	6,4	6,5	5,7	4,3	5,2	7,8

Таблица 1.12 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 12

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	7,6	7,4	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6,5
Прибыль, $y$	8,9	6,9	9,7	5,2	5,4	5	5,7	8,3	6,2	7,1

Таблица 1.13 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 13

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,2	10,4	12,2	3,4	4,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	3,2	5,8	6,7	2,1	3,1	2,3	5,7	4,4	2,6	2,7

Таблица 1.14 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 14

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	4,8	11,5	11,2	4,2	5	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	3,4	6	6,7	2,5	3,1	2,3	5,7	4,4	2,6	2,7

Таблица 1.15 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 15

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	10,8	9,5	20,2	14,2	8,7	13,7	29,9	18,9	26,7	17
Прибыль, $y$	6,4	6,9	4,7	7,5	8,1	7,3	3,7	4,4	2,6	2,7

Таблица 1.16 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 16

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	6,4	4,9	3,7	7,5	8,1	7,3	3,7	6,4	4,6	5,7

Таблица 1.17 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 17

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	2,2	2,8	3,2	2,1	2,5	2,3	2,7	2,4	2,6	2,7

Таблица 1.18 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 18

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	15,2	8,4	17,2	13,4	5,2	3,7	10,9	8,9	6,7	17
Прибыль, $y$	3,2	2,8	3,2	3,1	2,5	2,3	2,7	2,4	2,6	3,4

Таблица 1.19 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 19

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	4,2	5,4	7,2	12,4	5,2	13,7	10,9	8,9	6,7	17
Прибыль, $y$	8,2	7,8	6,7	2,1	8,1	2,3	2,7	2,4	7,6	2,7

Таблица 1.20 – Исходные данные к заданию 1 для варианта 20

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Прибыль, $y$	3,4	7,8	6,7	2,1	4	2,3	6	5,5	4,5	5

### Алгоритм выполнения работы

1. Построить поле корреляции переменных  $y$  и  $x$ .
2. Выбрать и обосновать спецификацию уравнения регрессии.
3. Рассчитать коэффициенты выбранного уравнения.
4. Построить уравнение прогноза и провести содержательный анализ его коэффициентов.
5. Рассчитать коэффициент парной линейной корреляции и сделать выводы о тесноте и направлении связи между переменными построенного уравнения.
6. Провести оценку значимости коэффициентов регрессии и корреляции с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
7. Провести оценку качества построенного уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
8. Вычислить коэффициент детерминации и проанализировать его значение.
9. Оценить построенное уравнение, используя среднюю ошибку аппроксимации.
10. Используя полученное в пункте 4 уравнение прогноза, выполнить точечный и интервальный прогноз значений результирующей переменной  $y$  по значению объясняющей переменной  $x$ , указанной в условии задачи.
11. Сделать вывод по результатам выполнения задания.



**Замечание 1.1.** Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии и линейного коэффициента корреляции осуществляется с помощью  $t$ -критерия Стьюдента. Для этого рассчитываются и сравниваются:

а) фактические значения  $t$ -критерия Стьюдента

$$t_{\text{набл},a} = \frac{a}{m_a}, \quad t_{\text{набл},b} = \frac{b}{m_b}, \quad t_{\text{набл},r_{xy}} = \frac{r_{xy}}{m},$$

где  $m_b = \frac{s_0}{\sigma_x \sqrt{n}}$ ,  $m_a = \frac{s_0}{\sigma_x} \sqrt{\frac{x^2}{n}} = m_b \sqrt{x^2}$ ,  $m_{r_{xy}} = \frac{s_0}{\sigma_x \sqrt{n}}$  – стандартные отклонения

коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $r_{xy}$  соответственно,  $s_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n-2}}$ ;

б) критическое (табличное)  $t$ -критерия Стьюдента (Приложение А)

$$t_{\text{крит}} = (\alpha, \nu).$$

**Замечание 1.2.** Оценка качества построенного уравнения регрессии проводится с помощью  $F$ -критерия Фишера. Для этого рассчитываются и сравниваются:

а) фактическое значение  $F$ -критерия

$$F_{\text{набл}} = r^2 \frac{n-2}{1-r^2} = R \frac{n-2}{1-R};$$

б) критическое (табличное) значение  $F$ -критерия (Приложение Б)

$$F_{\text{крит}} = F(\alpha, \nu_1, \nu_2),$$

где число степеней свободы  $\nu_1 = 1$  ( количество независимых переменных уравнения),  $\nu_2 = n - 2$  (число наблюдений минус число коэффициентов уравнения).

В среде Excel для вычисления критического значения  $F$ -критерия есть встроенная функция

$$F_{\text{крит}} = F \text{РАСПОБР}(\alpha, 1, n - 2).$$

Поскольку в парной линейной регрессии  $F_{набл} = t_b^2 = t_{r_{xy}}^2$ , то расчет значения  $F$ -статистики Фишера можно не выполнять – результаты полностью совпадают с выводами, полученными при оценке значимости коэффициентов уравнения.

**Замечание 1.3.** Все вычисления сначала проведите в расчетной таблице, а затем проверьте с помощью встроенной статистической функции **ЛИНЕЙН** (на рисунке слева от диаграммы) по следующему алгоритму.

1. Выделите область пустых ячеек  $5 \times 2$  (5 строк, 2 столбца) для вывода результатов регрессионной статистики или область  $1 \times 2$  для получения только оценок коэффициентов регрессии.

2. Активизируйте Мастер функций любым из способов:

а) в главном меню выберите **Вставка/Функция**;

б) на панели инструментов **Стандартная** щелкните по кнопке **Вставка функции**;

3. В окне Категория (рисунок 1) выберите **Статистические**, в окне функция – **ЛИНЕЙН**, щелкните по кнопке ОК.

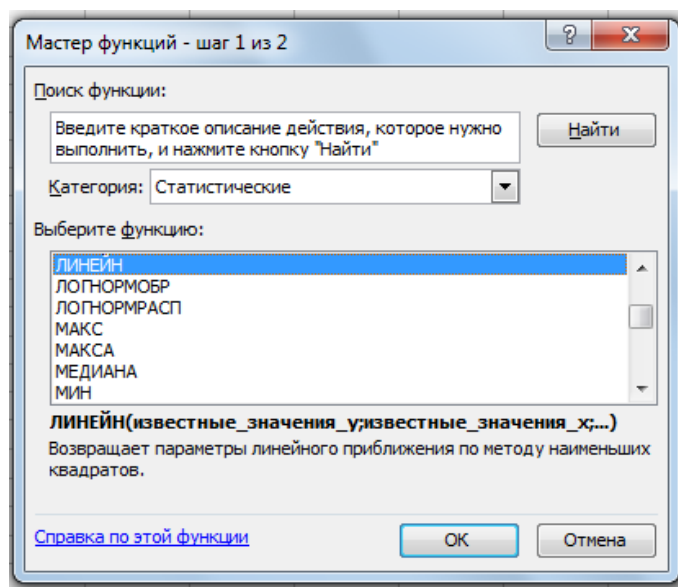


Рисунок 1 – Диалоговое окно «Мастер функций»

4. Заполните аргументы функции (рисунок 2):

а) *Известные\_значения\_y* – диапазон, содержащий данные результативного признака;

- б) *Известные значения x* – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;
- в) *Константа* – логическое значение, которое указывает на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если *Константа* = 0, то свободный член равен нулю;
- г) *Статистика* – логическое значение, которое указывает выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика* = 1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика* = 0, то выводятся только оценки параметров уравнения;
- д) щелкните по кнопке **ОК**.

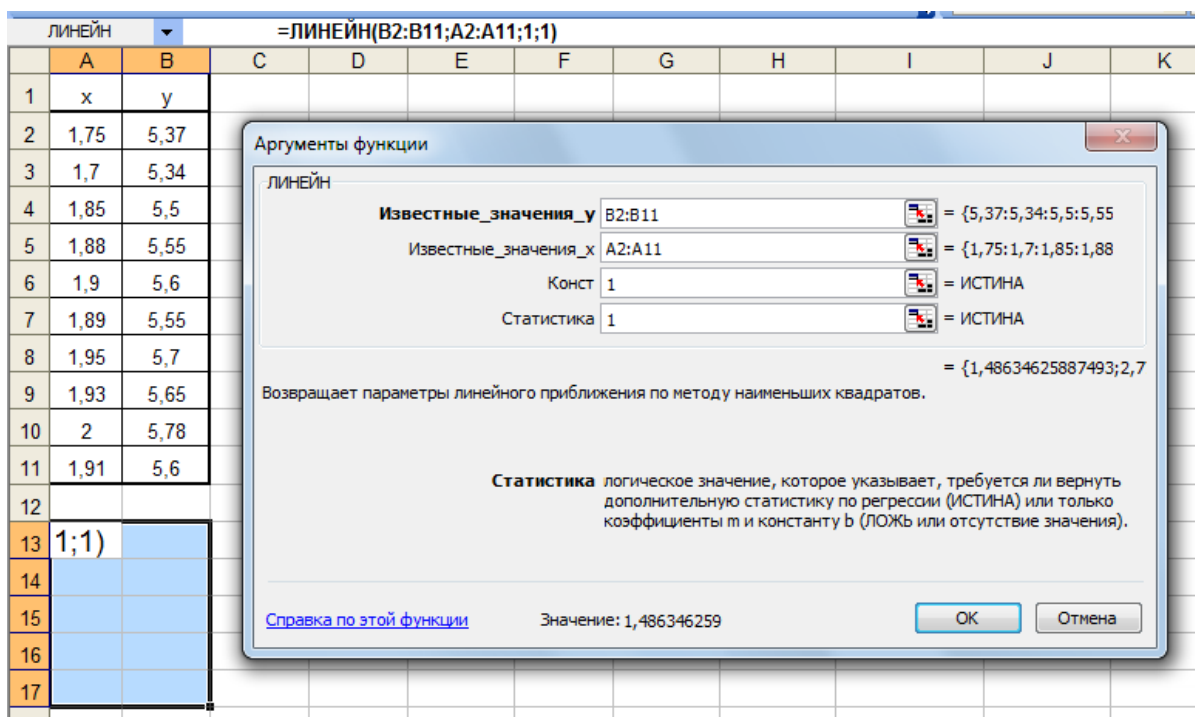


Рисунок 2 – Диалоговое окно ввода аргументов функции **ЛИНЕЙН**

5. В левой верхней ячейке выделенной области 5×2 или 1×2 появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу <F2>, а затем на комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER>.

В разобранной выше задаче таблица дополнительной регрессионной статистики имеет вид, представленный на рисунке 3.

1,4863	2,776
0,0981	0,184
0,9663	0,027
229,66	8
0,1618	0,006

Рисунок 3 – Таблица регрессионной статистики

Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке, указанном в таблице 1.21.

Таблица 1.21 – Дополнительная регрессионная статистика

Значение коэффициента $b$	Значение коэффициента $a$
Среднеквадратическое отклонение коэффициента $b$ , $m_b$	Среднеквадратическое отклонение коэффициента $a$ , $m_a$
Коэффициент детерминации $R^2$	Среднеквадратическое отклонение $y$
$F$ -статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

Пример выполнения задания 1 в среде EXCEL представлен на рисунке 4.

Т42

1 Введите

2

3 уравнение:  $y=a+bx$

4 расчетная таблица 1.

5  $m=$  2  $\alpha=$  0,05  $x=$  1,3

6  $n=$  10

7 построение линейной регрессии

№	x	y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	xy	y <sup>a</sup>	y-y <sup>a</sup>	(y-y <sup>a</sup> ) <sup>2</sup>	(x-xcp) <sup>2</sup>	кач-во ур
1	1,75	5,37	3,0625	28,8369	9,3975	5,3767	-0,0067	0,00005	0,015876	0,0012515
2	1,7	5,34	2,89	28,5156	9,078	5,302403	0,0375969	0,00141	0,030976	0,0070406
3	1,85	5,5	3,4225	30,25	10,175	5,525355	-0,025355	0,00064	0,000676	0,00461
4	1,88	5,55	3,5344	30,8025	10,434	5,5699454	-0,0199454	0,00040	0,000016	0,0035938
5	1,9	5,6	3,61	31,36	10,64	5,599672	0,0	0,00000	0,000576	0,0001
6	1,89	5,55	3,5721	30,8025	10,4895	5,584809	-0,0348088	0,00121	0,000196	0,0062719
7	1,95	5,7	3,8025	32,49	11,115	5,67399	0,0260104	0,00068	0,005476	0,0045632
8	1,93	5,65	3,7249	31,9225	10,9045	5,644263	0,0057373	0,00003	0,002916	0,0010155
9	2	5,78	4	33,4084	11,56	5,748307	0,0316931	0,00100	0,015376	0,0054832
10	1,91	5,6	3,6481	31,36	10,696	5,614536	-0,0145358	0,00021	0,001156	0,0025957
сумма $\Sigma$	18,76	55,64	35,267	309,75	104,49			0,00564	0,07324	0,0364838
ср значен	1,876	5,564	3,5267	30,97484	10,449			S=	a	0,0036
Дисперсия	0,00732	0,01674						D	0,00962	0,033926
СКО $\sigma$	0,08558	0,1294						m=s	0,09808	0,184189
b	1,48635	уравнение парной линейной регрессии						набл	15,15446	15,06937
a	2,77561	$y=2,7756+1,4863x$						ткрп	2,306004	2,306004
гху	0,98302	связь сильная, прямая							1,260174	2,350874
R <sup>2</sup> =r <sup>2</sup>	0,96634								1,712519	3,200355
A%	0,36484									4,707865 точечная оценка
Фнабл	229,658									0,057114
Фкрп	5,31766									4,65075 интервальная оценка
4,764979										

В среднем значения отклоняются от фактических на 0,365%

35 Проверка вычислений с помощью EXCEL

36	1,48635	2,77561
37	0,09808	0,18419
38	0,96634	0,02654
39	229,658	8
40	0,1618	0,00564

42 Выполненный прогноз индекса акций нефтяных компаний

43 оказался надежным с вероятностью 1-0,05=0,95 и точным,

44 так как диапазон нижней и верхней границ доверительного

45 интервала достаточно мал.

Рисунок 4 – Пример выполнения задания 1 в EXCEL

## 2 Лабораторная работа №2. Парная нелинейная регрессия и корреляция

### Вопросы для подготовки к занятию

1. Как оценивается значимость параметров нелинейной регрессии?
2. Перечислите виды моделей, нелинейных относительно: включаемых переменных, оцениваемых параметров.
3. В чём отличие применения МНК к моделям нелинейных относительно включаемых переменных и оцениваемых параметров?
4. Как определяются коэффициенты эластичности по разным видам регрессионных уравнений?
5. Назовите показатели корреляции, используемые при нелинейных соотношениях рассматриваемых признаков.
6. Как вычисляется и что показывает коэффициент детерминации нелинейной регрессии?
7. Какие две степени свободы задаются при оценке качества построенного уравнения нелинейной регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера
8. В чём смысл средней ошибки аппроксимации и как она определяется?

**Задание 2.** Используя фактические значения независимого фактора ( $x$ ) и результирующей переменной ( $y$ ), провести эконометрическое исследование зависимости  $y$  от  $x$ . Исходные данные представлены в задании 1.

### Алгоритм выполнения работы

1. Рассчитать коэффициенты показательной регрессии
2. Провести оценку значимости коэффициентов показательной регрессии с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
3. Провести оценку качества построенного уравнения показательной регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
4. Вычислить коэффициент детерминации показательной регрессии и проанализировать его значение.
5. Построить диаграмму показательной регрессии, включающую фактические точки  $(x_i, y_i)$ , теоретические точки  $(x_i, \tilde{y}_i)$  и экспоненциальный тренд.

6. Оценить построенное уравнение показательной регрессии, используя среднюю ошибку аппроксимации.
7. Рассчитать коэффициенты степенной регрессии
8. Провести оценку значимости коэффициентов степенной регрессии с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
9. Провести оценку качества построенного уравнения степенной регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
10. Вычислить коэффициент детерминации степенной регрессии и проанализировать его значение.
11. Построить диаграмму степенной регрессии, включающую фактические точки  $(x_i, y_i)$ , теоретические точки  $(x_i, \tilde{y}_i)$  и степенной тренд.
12. Оценить построенное уравнение степенной регрессии, используя среднюю ошибку аппроксимации.
13. Сравнить полученные результаты с показателями линейной регрессии (задание 1) и выбрать наилучшее уравнение парной регрессии.

**Замечание 2.1.** При вычислении коэффициента детерминации показательной регрессии используйте формулы

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{ocm}^2}{\sigma_y^2}, \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \bar{y}^2, \quad \sigma_{ocm}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} e1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} (y_i - Y1_i)^2$$

и результат сравните со значением коэффициента детерминации  $R^2$ , полученным в результате применения функции ЛГРФПРИБЛ.

**Замечание 2.2.** При вычислении коэффициента детерминации степенной регрессии используйте формулы

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{ocm}^2}{\sigma_y^2}, \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \bar{y}^2, \quad \sigma_{ocm}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} e2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} (y_i - Y2_i)^2$$

и результат сравните со значением коэффициента детерминации  $R^2$ , полученным в результате применения функции ЛИНЕЙН к логарифмированным значениям.

Пример выполнения задания 2 представлен на рисунке 5.

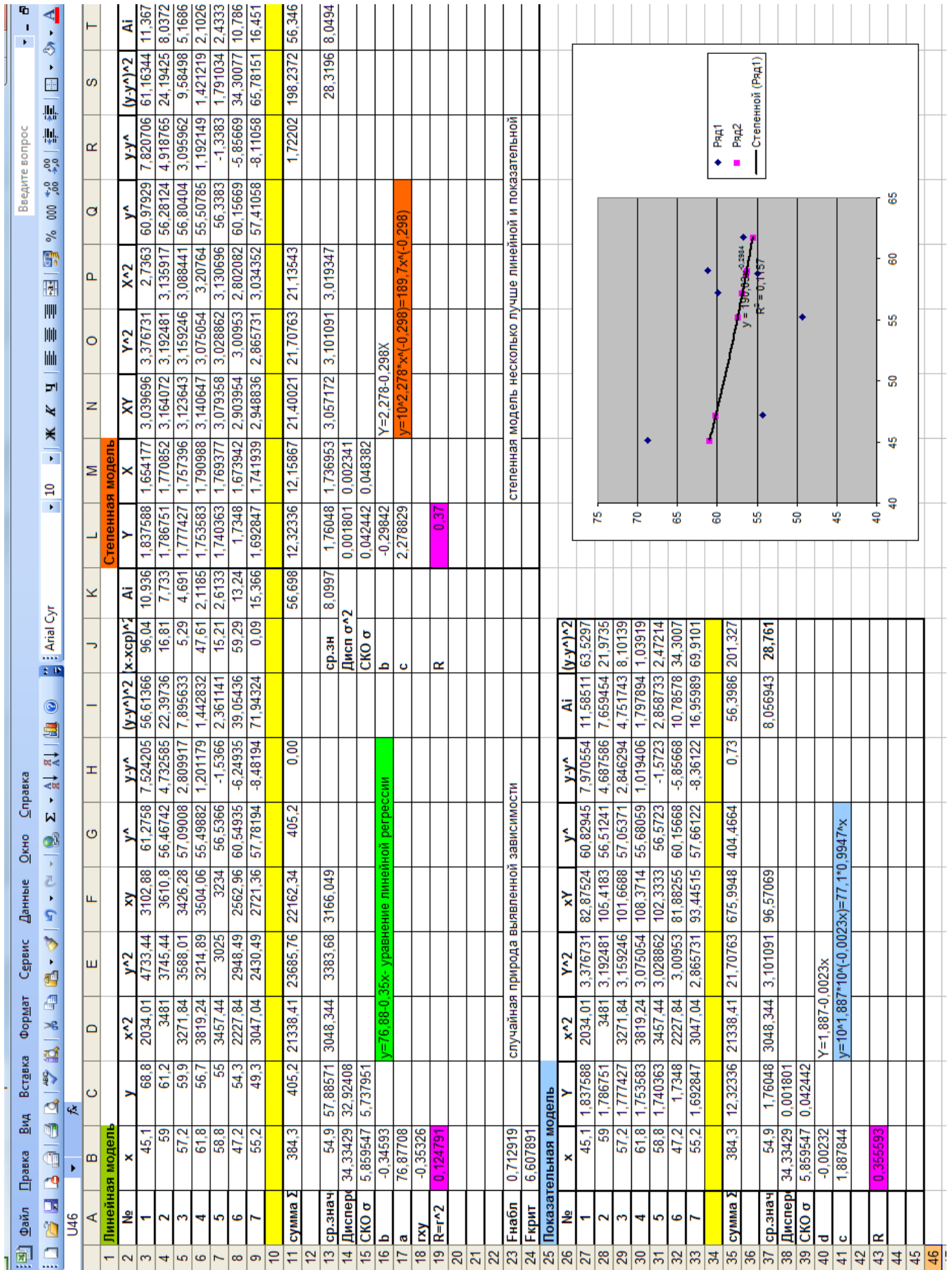


Рисунок 5 – Пример выполнения задания 2 в EXCEL



### 3 Лабораторная работа № 3. Множественная линейная регрессия и корреляция

#### Вопросы для подготовки к занятию

1. В каких случаях строится уравнение множественной регрессии?
2. Каким требованиям должны удовлетворять факторы, включаемые в уравнение множественной регрессии?
3. Что характеризует матрица коэффициентов парной линейной корреляции?
4. Как определить критическое значение  $t$ -статистики Стьюдента?
5. Какие два числа степеней свободы задают для отыскания критического значения  $F$ -критерия Фишера?
6. Чем отличается частное уравнение регрессии от обычного регрессионного уравнения?
7. Что позволяет определить частный критерий Фишера?
8. Что характеризует средний частный коэффициент эластичности?

**Задание 3.** Используя фактические значения независимых переменных ( $x_1$  и  $x_2$ ) и результирующей переменной ( $y$ ), проведите эконометрическое исследование зависимости  $y$  от  $x_1$  и  $x_2$ . Исходные данные представлены в таблицах 3.1 – 3.20 (по вариантам).

Таблица 3.1 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7
Затраты, $x_2$	8	14,2	15,9	6,5	9,4	7	13,6	12,3	9,3	10,7
Прибыль, $y$	2,2	2,8	2,7	2,1	2,1	2,3	2,7	2,4	2,6	2,7

Таблица 3.2 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	3,2	3,8	3,7	3,1	3,2	3,3	3,7	3,4	3,5	3,7
Затраты, $x_2$	10,2	17,2	17,9	8,5	10,4	11,5	12,9	14,3	11,2	12,7
Прибыль, $y$	6,2	12,4	13,2	4,4	6,2	7,2	8,2	8,9	6,7	8

Таблица 3.3 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	5,4	4	4,7	6,2	6,4	6,5	5,8	4,3	4,9	4,7
Затраты, $x_2$	12,6	17,4	20	10,5	12,5	7	9,3	10,8	8,5	9,8
Прибыль, $y$	7,3	11,4	12,3	3,3	5,1	4,2	5,3	9,8	6,5	7,8

Таблица 3.4 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	5,31	6,36	5,8	5,2	5,3	5,2	5,21	5,3	5,2	5,24
Затраты, $x_2$	9,2	15	14,3	5,3	7,1	6,2	9	11	8	10
Прибыль, $y$	8	14	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	7,4

Таблица 3.5 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	6,7	5	5,7	5,2	5,4	5	5,7	4,3	3,2	9,5
Затраты, $x_2$	9	14	15,3	6,3	8,1	6,2	9,3	11	8	10
Прибыль, $y$	7	12	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8,4

Таблица 3.6 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	5,8	6,6	6,7	5,2	4,4	4,5	5,7	5,3	4,8	5
Затраты, $x_2$	7,8	10	8	4,2	5,3	4,6	6,5	6,1	4,6	8,5
Прибыль, $y$	9,4	13,3	11,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8,5

Таблица 3.7 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	6,7	6,4	7,7	4	4,5	4	5,7	5,6	3,2	4,7
Затраты, $x_2$	8,4	9,3	11,3	2,3	4	3,1	6	8,8	5,5	7
Прибыль, $y$	8,6	10,3	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	8,2

Таблица 3.8 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 8

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	5,5	6,7	6,7	5,2	5,4	5	5,7	6,3	5,2	4,3
Затраты, $x_2$	4,6	8,3	10,3	1,3	2	2,2	5,3	8	5	6
Прибыль, $y$	5,5	9,5	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	5,7

Таблица 3.9 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 9

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	6,5	4,5	3,7	6,2	5,4	7,5	5,7	4,3	5,2	5,8
Затраты, $x_2$	7,5	11,5	14	5,3	7,2	6,2	9	12	8,5	7
Прибыль, $y$	6,2	8,6	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6,2

Таблица 3.10 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 10

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	7,2	4,7	8,7	5,2	5,4	5	5,7	6,3	5,2	6,2
Затраты, $x_2$	2,3	4,1	7	2	1,1	1,4	2,8	5	3,2	2
Прибыль, $y$	7,1	6,8	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	7,3

Таблица 3.11 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 11

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	7	5	3,7	7,2	6,4	6,5	5,7	4,3	5,2	7,8
Затраты, $x_2$	4,1	3,8	9	1	2	2,2	5	7,8	8	9
Прибыль, $y$	7,1	8	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6

Таблица 3.12 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 12

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	8,9	6,9	9,7	5,2	5,4	5	5,7	8,3	6,2	7,1
Затраты, $x_2$	8	6,2	8	4,1	5	4,6	8	7	5	6,9
Прибыль, $y$	7,6	7,4	12,3	3,3	5,1	4,2	7,3	9,8	6,5	6,5

Таблица 3.13 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 13

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	3,2	5,8	6,7	2,1	3,1	2,3	5,7	4,4	2,6	2,7
Затраты, $x_2$	3,5	4	6,1	1,6	2,5	2,1	3,8	12	8	9
Прибыль, $y$	5,2	10,4	12,2	3,4	4,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7

Таблица 3.14 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 14

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	3,4	6	6,7	2,5	3,1	2,3	5,7	4,4	2,6	2,7
Затраты, $x_2$	4	5,5	14	4	6	7	6,2	7	5,5	6,1
Прибыль, $y$	4,8	11,5	11,2	4,2	5	3,7	9,9	8,9	6,7	7

Таблица 3.15 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 15

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	6,4	6,9	4,7	7,5	8,1	7,3	3,7	4,4	2,6	2,7
Затраты, $x_2$	5,2	9	10	4	6	7	6	7,2	5,8	7,2
Прибыль, $y$	10,8	9,5	20,2	14,2	8,7	13,7	29,9	18,9	26,7	17

Таблица 3.16 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 16

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	6,4	4,9	3,7	7,5	8,1	7,3	3,7	6,4	4,6	5,7
Затраты, $x_2$	5	7,2	9,3	6	4,2	6	6,8	5,4	6,2	4,9
Прибыль, $y$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7

Таблица 3.17 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 17

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	2,2	2,8	3,2	2,1	2,5	2,3	2,7	2,4	2,6	2,7
Затраты, $x_2$	7,2	6,3	10	6,1	7	5,8	6,2	7,3	5	6
Прибыль, $y$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7

Таблица 3.18 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 18

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	3,2	2,8	3,2	3,1	2,5	2,3	2,7	2,4	2,6	3,4
Затраты, $x_2$	2,5	3	6,3	4	3,4	3,2	4,5	6	5	4,2
Прибыль, $y$	15,2	8,4	17,2	13,4	5,2	3,7	10,9	8,9	6,7	17

Таблица 3.19 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 19

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	8,2	7,8	6,7	2,1	8,1	2,3	2,7	2,4	7,6	2,7
Затраты, $x_2$	6	3,2	8	4	6,3	6,8	4	5	7,2	5,4
Прибыль, $y$	4,2	5,4	7,2	12,4	5,2	13,7	10,9	8,9	6,7	17

Таблица 3.20 – Исходные данные к заданию 3 для варианта 20

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность, $x_1$	3,4	7,8	6,7	2,1	4	2,3	6	5,5	4,5	5
Затраты, $x_2$	6,2	5	9	6,4	7,1	6,2	4	5,2	7	7,3
Прибыль, $y$	5,2	11,4	12,2	3,4	5,2	3,7	9,9	8,9	6,7	7

### Алгоритм выполнения работы

1. Выбрать в качестве уравнения взаимосвязи переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $y$  линейное регрессионное уравнение вида  $\tilde{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2$ .
2. Найти коэффициенты парной корреляции факторов и построить матрицу парных коэффициентов корреляции. Сделать выводы о связи переменных уравнения регрессии.
3. Рассчитать коэффициенты выбранного уравнения.
4. Построить уравнение прогноза и провести содержательный анализ его коэффициентов.
5. Провести оценку значимости коэффициентов регрессии с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
6. Оценить статистическую надёжность построенного уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
7. Рассчитать частные критерии Фишера и оценить целесообразность включения в построенное уравнение фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$  и фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ .
8. Оценить значимость коэффициентов при переменных  $x_1$  и  $x_2$  уравнения через значения частных критериев Фишера. Сравнить полученные результаты с результатами оценки значимости коэффициентов по критерию Стьюдента.
9. Рассчитать средние коэффициенты эластичности и оценить степень влияния независимых переменных  $x_1$  и  $x_2$  на зависимую переменную  $y$ .
10. Построить частные уравнения регрессии.
11. Рассчитать частные коэффициенты эластичности. Оценить степень влияния независимых переменных на зависимый показатель  $y$ .
12. Сделать вывод по результатам выполнения задания.

Пример выполнения задания 3 в среде EXCEL представлен на рисунке 6.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
№	x1	x2	y	x1^2	x2^2	x1*y	x2*y	x1*x2	y^2	y^a	(y-y^a)^2	(y-ycp)^2	y-ycp	(y-ycp)^2	x1-x1cp	x2-x2cp	(x1-x1cp)^2	(x2-x2cp)^2	
1	8,4	8,4	100	70,56	70,56	840	840	70,56	10000	100,165	-0,16503	0,027236	-9,62	92,5444	-1,63	1,55	2,6569	2,4025	
2	9,4	6,4	103	88,36	40,96	968,2	659,2	60,16	10809	102,6676	0,33237	0,11047	-6,62	43,8244	-0,63	-0,45	0,3969	0,2025	
3	8,8	3,7	89,4	77,44	13,69	786,72	330,78	32,56	7992,36	88,90563	0,494375	0,244406	-20,22	408,8484	-1,23	-3,15	1,5129	9,9225	
4	11,3	8,1	124,3	127,69	65,61	1404,59	1006,83	91,53	15450,49	124,7129	-0,41294	0,170517	14,68	215,5024	1,27	1,25	1,6129	1,5625	
5	14,1	10	155,1	198,81	100	2186,91	1551	141	24056,01	155,298	-0,19799	0,0392	45,48	2068,4304	4,07	3,15	16,5649	9,9225	
6	11,5	6,7	122,1	132,25	44,89	1404,15	818,07	77,05	14908,41	122,0698	0,030248	0,000915	12,48	155,7504	1,47	-0,15	2,1609	0,0225	
7	10,5	8,4	119,4	110,25	70,56	1253,7	1002,96	88,2	14256,36	118,624	0,775956	0,602108	9,78	95,6484	0,47	1,55	0,2209	2,4025	
8	9,8	8,2	111,8	96,04	67,24	1095,64	916,76	80,36	12499,24	111,8423	-0,0423	0,001789	2,18	4,7524	-0,23	1,35	0,0529	1,8225	
9	8,2	4,9	86,9	67,24	24,01	712,58	425,81	40,18	7551,61	87,40407	-0,50407	0,254084	-22,72	516,1984	-1,83	-1,95	3,3489	3,8025	
10	8,3	3,7	84,2	68,89	13,69	698,86	311,54	30,71	7089,64	84,51062	-0,31062	0,096487	-25,42	646,1764	-1,73	-3,15	2,9929	9,9225	
11																			
12																			
13	сумма	100,3	68,5	1096,2	1037,53	511,21	11351,35	7862,95	712,31	124413,1	1096,2	1,547211		4247,676			31,521	41,985	
14																			
15	ср.знач	10,03	6,85	109,62	103,753	51,121	1135,135	786,295	71,231	12441,31	109,62	0,154721		424,7676			3,1521	4,1985	
16	Дисперс	3,1521	4,1985	424,7676															
17	СКО σ	1,77542	2,04902	20,60989															
18	β1	0,7572																	
19	β2	0,31255																	
20	b1	8,79001																	
21	b2	3,1437																	
22	a	-0,07812																	
23	γyx1	0,97418																	
24	γyx2	0,83822																	
25	γx1x2	0,69423																	
26	R^2	0,99954	изменения объема добычи на 99,96% объясняются влиянием факторов мощности пласта и уровнем механизации, включенных в уравнение регрессии и только на 0,04% - влиянием каких-то других факторов																
27																			
28	Fкрит	4,73741																	
29	Fнабл	9605,32																	
30	Fx1	5708,21	включение в уравнение факторов x1 (мощность пласта) и																
31	Fx2	972,521	x2(уровень механизации) статистически оправдано Fx1>>Fкрит, Fx2>>Fкрит																
32	Ex1	0,80427																	
33	Ex2	0,19645																	
34																			
35																			
36																			
37			Можно сделать вывод о неслучайности выявленной зависимости объема добычи, мощности пласта, уровня механизации и																
38			адекватности построенного уравнения взаимосвязи этих показателей реальным данным																
39																			
40																			

Рисунок 6 – Пример выполнения задания 3 в EXCEL

## 4 Лабораторная работа № 4. Анализ временных рядов

### Вопросы для подготовки к занятию

1. Перечислите основные элементы временного ряда.
2. Что такое автокорреляция уровней временного ряда и как её можно оценить количественно?
3. Перечислите основные виды трендов.
4. В чём отличие аддитивной и мультипликативной моделей временного ряда?
5. Перечислите этапы построения аддитивной и мультипликативной моделей временного ряда.
6. Зачем выявляется и устраняется сезонная компонента временного ряда?
7. Какие тесты используют для проверки гипотезы о структурной стабильности временного ряда?

**Задание 4.** Имеются поквартальные данные о прибыли компании за последние два года  $y_t$ ,  $t = \overline{1,8}$ . Выполните прогноз по прибыли для следующих двух кварталов. Исходные данные представлены в таблицах 4.1 – 4.20 (по вариантам).

Таблица 4.1 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 1

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	7	5,3	6	9	8,3	5,8	7,1	11

Таблица 4.2 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 2

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	8	6,4	7,1	10	9,4	6,6	8,1	12

Таблица 4.3 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 3

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	8,5	6,9	7,6	10,5	9,9	7,1	8,6	12,5

Таблица 4.4 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 4

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	9,5	7,9	8,6	11,5	10,9	8,1	9,6	13,5

Таблица 4.5 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 5

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	10	8,4	9,1	12	11,4	8,6	11,1	14

Таблица 4.6 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 6

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	11	9,4	10,1	13	12,4	9,6	12,1	15

Таблица 4.7 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 7

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	11,5	9,9	10,6	13,5	12,9	10,1	12,6	15,5

Таблица 4.8 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 8

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	12	10,4	11,2	14,1	13,4	10,6	13,2	16

Таблица 4.9 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 9

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	12,4	10,8	11,6	14,5	13,8	11	13,6	16,4

Таблица 4.10 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 10

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	13	11,4	12	15,1	14,4	11,6	14,2	17

Таблица 4.11 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 11

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	9	7,4	8	11	10,3	7,8	9,1	13

Таблица 4.12 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 12

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	9,5	7,9	8,5	11,5	10,8	8,3	9,6	13,5

Таблица 4.13 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 13

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	10,5	8,9	9,5	12,5	11,8	9,3	10,6	14,5



Таблица 4.14 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 14

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	10,9	9,3	9,9	12,9	12,3	9,7	11	14,9

Таблица 4.15 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 15

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	11,9	10,3	10,9	13,9	13,3	10,7	12	15,9

Таблица 4.16 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 16

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	6	4,3	5	8	7,3	4,8	6,1	10

Таблица 4.17 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 17

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	6,5	4,8	5,5	8,5	7,8	5,3	6,6	10,5

Таблица 4.18 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 18

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	6,9	5,2	5,9	8,9	8,2	5,7	10	10,9

Таблица 4.19 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 19

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	7,9	6,2	6,9	9,9	9,2	6,7	11	11,9

Таблица 4.20 – Исходные данные к заданию 4 для варианта 20

№ квартала, $t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Прибыль, $y_t$	8,4	6,7	7,4	10,4	9,7	7,2	11,5	12,4

### Алгоритм выполнения работы

1. Проанализировать значения автокорреляционной функции.
2. Построить аддитивную модель.
3. Провести оценку значимости индекса корреляции аддитивной модели с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
4. Построить диаграмму аддитивной модели, включающую исходные данные и тенденцию (рисунок 7).

5. Оценить качество построения аддитивной модели.
6. Построить мультипликативную модель.
7. Провести оценку значимости индекса корреляции мультипликативной модели с помощью  $t$ -критерия Стьюдента (при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ).
8. Построить диаграмму мультипликативной модели, включающую исходные данные и тенденцию.
9. Оценить качество построения мультипликативной модели.
10. Выбрать наилучшую из построенных моделей.
11. По выбранной модели выполнить прогноз по прибыли для следующих двух кварталов.

*Замечание 4.1.* Коэффициенты автокорреляции вычисляются с помощью функции **КОРРЕЛ** (Массив 1, Массив 2), номер наибольшего по модулю коэффициента автокорреляции определяет значение длины сезонной компоненты  $\tau$ .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	t	yt	yt-1	yt-2	yt-3	yt-4	yt-5							
2	1	8												
3	2	6,4	8											
4	3	7,1	6,4	8										
5	4	10	7,1	6,4	8									
6	5	9,4	10	7,1	6,4	8								
7	6	6,6	9,4	10	7,1	6,4	8							
8	7	8,1	6,6	9,4	10	7,1	6,4							
9	8	12	8,1	6,6	9,4	10	7,1							
10	9		r1	r2	r3	r4	r5							
11			0,055825	-0,8144347	0,302729732	0,994591596	-0,33769017							
12														
13	τ	4	Наличие сезонных колебаний периодичностью в 4 квартала											
14														
15														

квартала, t	yt	итого за 4 квартала	скользящая средняя за 4 квартала	центрированная скользящая средняя	оценка сезонной компоненты	Показатели	Год	1	2	3	4
1	8						1			-0,95	1,75
2	6,4	31,5	7,875				2	1	-2,175		
3	7,1	32,9	8,225	8,05	-0,95	Итого за i-ый		1	-2,175	-0,95	1,75
4	10	33,1	8,275	8,25	1,75	Средняя оценка сезонной компоненты		1	-2,175	-0,95	1,75
5	9,4	34,1	8,525	8,4	1	Скорректированная сезонная		1,09375	-2,08125	-0,85625	1,84375
6	6,6	36,1	9,025	8,775	-2,175						
7	8,1					k		-0,0938			
8	12										

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Устраним сезонную компоненту из исходных уровней ряда											Построение тренда		
t	yt	Si	Ti+Ei=yi-Si	Ti	Ti+Si	Ei=yt-(Ti+Si)=	Ei^2	γ-ycp	(γ-ycp)^2	b	0,32678571	6,979464	a
1	8	1,09	6,91	7,31	8,40	-0,40	0,16	-0,45	0,2025				
2	6,4	-2,08	8,48	7,63	5,55	0,85	0,72	-2,05	4,2025	R^2	0,75305255	0,49511	
3	7,1	-0,86	7,96	7,96	7,10	0,00	0,00	-1,35	1,8225	Fнабл	18,2966673	6	
4	10	1,84	8,16	8,29	10,13	-0,13	0,02	1,55	2,4025		4,48513393	1,470804	
5	9,4	1,09	8,31	8,61	9,71	-0,31	0,09	0,95	0,9025				
6	6,6	-2,08	8,68	8,94	6,86	-0,26	0,07	-1,85	3,4225				
7	8,1	-0,86	8,96	9,27	8,41	-0,31	0,10	-0,35	0,1225				
8	12	1,84	10,16	9,59	11,44	0,56	0,32	3,55	12,6025				
	67,6										1,470803571	25,68	
	8,45												

Объясненная доля дисперсии	94,27257176	Качество хорошее. Аддитивная модель объясняет	Fнабл	18,2967	Fнабл>Fкрит
	5,727428238	94% вариации исследуемого признака	Fкрит	2,44691	

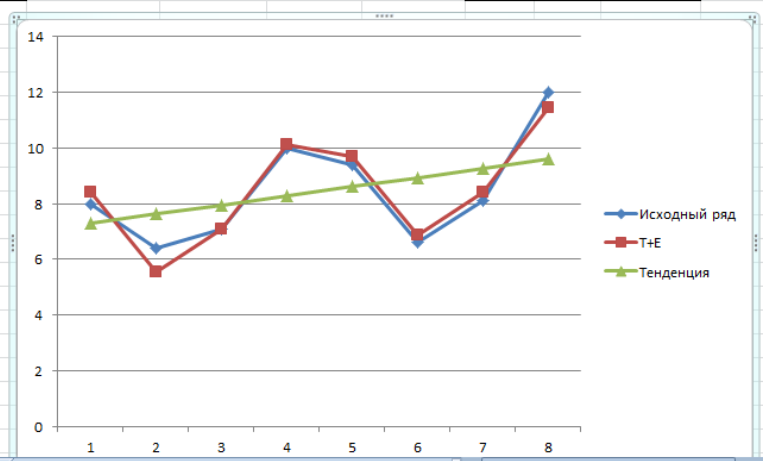


Рисунок 7 – Пример построения аддитивной модели в EXCEL

## 5 Лабораторная работа № 5. Системы эконометрических уравнений

### Вопросы для подготовки к занятию

1. Почему для описания сложного экономического объекта нельзя использовать только одно регрессионное уравнение?
2. Перечислите виды систем эконометрических уравнений.
3. Дайте характеристику эндогенным и экзогенным переменным.
4. Что такое структурная форма модели? приведённая форма модели?
5. Необходимое условие идентификации эконометрической модели.
6. Достаточное условие идентификации эконометрической модели.
7. Дайте определение идентифицируемой, неидентифицируемой и сверхидентифицируемой моделей.
8. Перечислите этапы косвенного метода наименьших квадратов.
9. Для каких систем эконометрических уравнений применяются: косвенный МНК, двухшаговый МНК, трёхшаговый МНК?

**Задание 5.** Используя данные по пяти регионам, представленные в таблицах 5.1- 5.20 (по вариантам), постройте эконометрические модели вида:

$$\text{а) } \begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y_1 = b_{12}(y_2 + x_1), \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2. \end{cases}$$

Таблица 5.1 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 1

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	3	8	2	4
2	4	7	3	3
3	5	6	1	2
4	6	5	2	1
5	7	4	3	2

Таблица 5.2 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 2

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	4	3	5	4
2	5	4	6	3
3	6	5	7	2
4	7	3	3	3
5	2	2	4	4

Таблица 5.3 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 3

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	6	3	1	2
2	7	4	2	3
3	8	5	4	4
4	2	6	5	2
5	3	7	3	3

Таблица 5.4 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 4

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	5	7	2	3
2	6	8	3	4
3	4	6	4	5
4	7	3	3	6
5	3	5	2	7

Таблица 5.5 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 5

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	1	6	2	1
2	2	7	3	2
3	3	5	4	3
4	4	4	2	2
5	5	3	3	3

Таблица 5.6 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 6

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	3	5	2	4
2	4	4	1	5
3	7	3	3	3
4	8	7	2	5
5	9	8	1	2

Таблица 5.7 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 7

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	3	5	2	2
2	4	6	3	4
3	2	7	1	1
4	7	8	4	5
5	8	4	1	2

Таблица 5.8 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 8

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	3	2	1
2	8	4	4	3
3	9	5	6	2
4	8	4	7	1
5	7	3	8	3

Таблица 5.9 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 9

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	8	5	2	2
2	9	8	1	3
3	7	4	2	4
4	8	3	3	2
5	5	9	2	3

Таблица 5.10 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 10

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	8	2	3
2	6	9	3	4
3	4	3	5	2
4	6	4	4	5
5	7	5	2	4

Таблица 5.11 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 11

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	8	4	3	1
2	7	6	4	2
3	6	7	5	3
4	9	8	3	2
5	5	8	2	3

Таблица 5.12 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 12

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	9	3	5	2
2	5	4	2	3
3	6	9	7	2
4	7	3	3	3
5	2	2	4	4

Таблица 5.13 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 13

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	8	3	1	2
2	7	4	2	3
3	8	8	2	2
4	2	6	5	2
5	3	8	3	3

Таблица 5.14 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 14

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	5	7	2	6
2	6	8	3	4
3	5	5	4	5
4	7	3	3	6
5	3	5	2	7

Таблица 5.15 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 15

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	6	2	1
2	2	7	3	5
3	7	5	4	3
4	4	8	2	2
5	5	3	4	3

Таблица 5.16 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 16

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	9	5	2	3
2	4	4	3	5
3	7	9	3	3
4	8	7	2	5
5	9	8	1	2

Таблица 5.17 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 17

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	3	5	2	2
2	7	9	3	4
3	2	7	1	1
4	7	8	4	5
5	8	4	3	3

Таблица 5.18 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 18

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	3	2	1
2	8	4	4	3
3	9	5	6	2
4	6	4	7	1
5	7	3	3	2

Таблица 5.19 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 19

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	5	4	4
2	9	8	1	3
3	7	4	4	4
4	8	7	3	2
5	5	9	2	3

Таблица 5.20 – Исходные данные к заданию 5 для варианта 20

Регион	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	7	8	2	6
2	8	9	3	1
3	4	3	5	2
4	6	9	4	5
5	7	5	1	4

### Алгоритм выполнения работы

1. Провести идентификацию модели с помощью необходимого и достаточного условия.
2. Определить метод оценки параметров модели: косвенный МНК или двухшаговый МНК.
3. Записать приведённую форму модели.
4. Вычислить коэффициенты каждого уравнения приведённой формы с помощью обычного МНК.
5. Перейти от приведённой формы модели к структурной, вычислить структурные коэффициенты модели.



## **6 Вопросы для подготовки к зачету/экзамену**

1. Спецификация модели. Критерий выбора модели.
2. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов.
3. Линейный коэффициент корреляции, индекс корреляции.
4. Взаимосвязь коэффициента линейной корреляции и индекса корреляции.
5. Ковариация и коэффициент линейной корреляции.
6. Проверка значимости коэффициента линейной корреляции.
7. Оценка параметров линейной регрессии.
8. Доверительный интервал индивидуального значения.
9. Нелинейные регрессии линейные по параметрам.
10. Нелинейные регрессии нелинейные по параметрам.
11. Проверка значимости нелинейной регрессии.
12. Индекс корреляции, индекс детерминации нелинейной регрессии.
13. Средняя ошибка аппроксимации.
14. Линейная множественная регрессия.
15. Матричная запись для параметров линейной множественной регрессии.
16. Доверительные интервалы коэффициентов множественной регрессии и прогнозируемого значения.
17. Коллинеарность факторов множественной регрессии.
18. Проверка значимости факторов множественной регрессии.
19. Методы устранения неоднородности множественной регрессии.
20. Коэффициенты автокорреляции временных рядов.
21. Построение аддитивной модели методом скользящего среднего.
22. Построение мультипликативной модели методом скользящего среднего.
23. Геометрическая интерпретация аддитивной и мультипликативной моделей.
24. Построение сезонной компоненты методом Фурье.
25. Динамические модели с распределенным лагом.
26. Динамические модели с линейным лагом.
27. Динамические модели с квадратичным лагом.
28. Авторегрессионные модели. Обобщенный метод наименьших квадратов.

29. Динамические модели с бесконечным лагом.
30. Виды систем эконометрических уравнений.
31. Структурная и приведенная формы модели.
32. Косвенный метод наименьших квадратов.
33. Проблема идентификации систем эконометрических уравнений.
34. Необходимое и достаточное условие идентифицируемости.
35. Двухшаговый метод наименьших квадратов.

### **Список литературы**

1. Гладилин, А.В. Эконометрика: учебное пособие / А.В. Гладилин, А.Н. Герасимов, Е.И. Громов. – 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011.
2. Домбровский, В.В. Эконометрика / В.В. Домбровский. – М.: Новый учебник, 2004.
3. Кремер, Н.Ш. Эконометрика / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007.
4. Практикум по эконометрике: учеб. пособие / И.И. Елисеева, С.В. Курьшева, Н.М. Гордеенко и др.; под. ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2007.
5. Тихомиров, Н.П. Эконометрика: учебник / Н.П. Тихомиров, Е.Ю. Дорохина. – М.: Издательство «Экзамен», 2007.
6. Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева, С.В. Курьшева, Т.В. Костеева и др.; под. ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2007.
7. Яновский, Л.П. Введение в эконометрику: учебное пособие / Л.П. Яновский, А.Г. Буховец, под ред. Л.П. Яновского. – 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011.

Приложение А  
**Критические точки распределения Стьюдента**  
**(двусторонняя критическая область)**

$k \backslash \alpha$	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6192
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,924
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
40	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
50	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,4960
$\infty$	1,6448	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Приложение Б

Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,05$

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,5	199,5	215,7	224,6	230,2	233,9	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1

## Приложение В

### Таблица критических точек распределения Пирсона ( $\chi^2$ )

k/ $\alpha$	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,63490	5,02389	3,84146	0,00393	0,00098	0,00016
2	9,21034	7,37776	5,99146	0,10259	0,05064	0,02010
3	11,34487	9,34840	7,81473	0,35185	0,21580	0,11483
4	13,2767	11,14329	9,48773	0,71072	0,48442	0,29711
5	15,08627	12,8325	11,0705	1,14548	0,83121	0,55430
6	16,81189	14,44938	12,59159	1,63538	1,23734	0,87209
7	18,47531	16,01276	14,06714	2,16735	1,68987	1,23904
8	20,09024	17,53455	15,50731	2,73264	2,17973	1,64650
9	21,66599	19,02277	16,91898	3,32511	2,70039	2,08790
10	23,20925	20,48318	18,30704	3,94030	3,24697	2,55821
11	24,72497	21,92005	19,67514	4,57481	3,81575	3,05348
12	26,21697	23,33666	21,02607	5,22603	4,40379	3,57057
13	27,68825	24,7356	22,36203	5,89186	5,00875	4,10692
14	29,14124	26,11895	23,68479	6,57063	5,62873	4,66043
15	30,57791	27,48839	24,99579	7,26094	6,26214	5,22935
16	31,99993	28,84535	26,29623	7,96165	6,90766	5,81221
17	33,40866	30,19101	27,58711	8,67176	7,56419	6,40776
18	34,80531	31,52638	28,86930	9,39046	8,23075	7,01491
19	36,19087	32,85233	30,14353	10,11701	8,90652	7,63273
20	37,56623	34,16961	31,41043	10,85081	9,59078	8,26040
21	38,93217	35,47888	32,67057	11,59131	10,2829	8,89720
22	40,28936	36,78071	33,92444	12,33801	10,98232	9,54249
23	41,63840	38,07563	35,17246	13,09051	11,68855	10,19572
24	42,97982	39,36408	36,41503	13,84843	12,40115	10,85636
25	44,31410	40,64647	37,65248	14,61141	13,11972	11,52398
26	45,64168	41,92317	38,88514	15,37916	13,84391	12,19815
27	46,96294	43,19451	40,11327	16,15140	14,57338	12,87850
28	48,27824	44,46079	41,33714	16,92788	15,30786	13,56471
29	49,58788	45,72229	42,55697	17,70837	16,04707	14,25645
30	50,89218	46,97924	43,77297	18,49266	16,79077	14,95346
31	52,19139	48,23189	44,98534	19,28057	17,53874	15,65546
32	53,48577	49,48044	46,19426	20,07191	18,29076	16,36222
33	54,77554	50,72508	47,39988	20,86653	19,04666	17,07351
34	56,06091	51,96600	48,60237	21,66428	19,80625	17,78915
35	57,34207	53,20335	49,80185	22,46502	20,56938	18,50893
36	58,61921	54,43729	50,99846	23,26861	21,33588	19,23268

37	59,89250	55,66797	52,19232	24,07494	22,10563	19,96023
k/ $\alpha$	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
38	61,16209	56,89552	53,38354	24,8839	22,87848	20,69144
39	62,42812	58,12006	54,57223	25,69539	23,65432	21,42616
40	63,69074	59,34171	55,75848	26,5093	24,43304	22,16426
41	64,95007	60,56057	56,94239	27,32555	25,21452	22,90561
42	66,20624	61,77676	58,12404	28,14405	25,99866	23,65009
43	67,45935	62,99036	59,30351	28,96472	26,78537	24,39760
44	68,70951	64,20146	60,48089	29,78748	27,57457	25,14803
45	69,95683	65,41016	61,65623	30,61226	28,36615	25,90127
46	71,20140	66,61653	62,82962	31,43900	29,16005	26,65724
47	72,44331	67,82065	64,00111	32,26762	29,95620	27,41585
48	73,68264	69,02259	65,17077	33,09808	30,75451	28,17701
49	74,91947	70,22241	66,33865	33,93031	31,55492	28,94065
50	76,15389	71,42020	67,50481	34,76425	32,35736	29,70668

## Приложение Г

### Критические значения корреляции для уровневой значимости 0,05 и 0,01

<i>df</i>	<i>a=0,05</i>	<i>a=0,01</i>	<i>df</i>	<i>a=0,05</i>	<i>a=0,01</i>
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4227	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,2319	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

Учебное издание

**Чихачева** Ольга Александровна

**Тихонова** Оксана Валентиновна

## **ЭКОНОМЕТРИКА**

Методические указания к лабораторным работам

Подписано в печать \_\_\_\_\_. Тираж 30 экз.  
Рязанский институт (филиал) Московского политехнического университета  
390000, г.Рязань, ул. Право – Лыбедская, 26/53